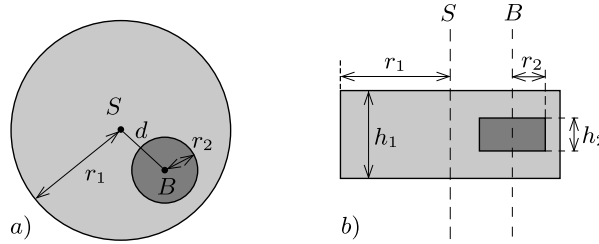


**1. feladat. Két mechanikai probléma** (összesen 10 pont).

**A rész. Elrejtett korong** (3,5 pont)

Tekintsünk egy tömör, fából készült,  $r_1$  sugarú és  $h_1$  vastagságú hengert. A fahenger belsejében valahol a fa anyaga helyett egy  $r_2$  sugarú és  $h_2$  vastagságú fémkorong található. A fémkorong úgy helyezkedik el, hogy  $B$  szimmetriatengelye párhuzamos a fahenger  $S$  tengelyével, és ugyanakkora távolságra van a fahenger alsó és felső alaplapjától. Jelöljük  $S$  és  $B$  távolságát  $d$ -vel! A fa sűrűsége  $\varrho_1$ , a fém sűrűsége pedig  $\varrho_2 > \varrho_1$ . A fahenger és a fémkorong össztömege  $M$ .

Ebben a részben a fahengert a földre helyezzük, így jobbra és balra szabadon tud gördülni. Az elrendezés oldal- és felülnézetben az 1. ábrán látható.



1. ábra. a) oldalnézet; b) felülnézet

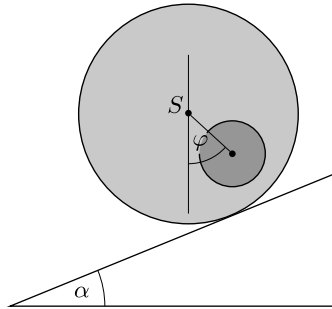
Ebben a feladatban a fémkorong méretét és helyét kell meghatározni.

A következőkben, ha a választ az ismert mennyiségekkel kell kifejeznünk, mindig az alábbiakat tekinthetjük ismertnek:

$$(1) \quad r_1, h_1, \varrho_1, \varrho_2 \text{ és } M.$$

A cél  $r_2$ ,  $h_2$  és  $d$  meghatározása indirekt méréseken keresztül.

Jelöljük  $b$ -vel a teljes rendszer  $C$  tömegközéppontjának és a fahenger  $S$  szimmetriatengelyének távolságát! Ennek a távolságnak a meghatározásához a következő kísérletet tervezzük: a fahengert vízszintes alpra helyezzük úgy, hogy stabil egyensúlyban legyen. Az alapot lassan megdöntjük  $\alpha$  szöggel (2. ábra). A tapadási súrlódás miatt a fahenger csúszás nélkül gördülhet. A henger egy kicsit lejjebb gördül a lejtőn, de végül valamekkora  $\varphi$  szögelfordulás után a stabil egyensúlyi helyzetben megáll. A  $\varphi$  szöget megmérhetjük.



2. ábra. A henger a lejtőn

**A.1. Fejesszük ki  $b$ -t az (1)-ben felsorolt mennyiségek, a  $\varphi$  szög és az  $\alpha$  hajlásszög függvényében!** (0,8 pont)

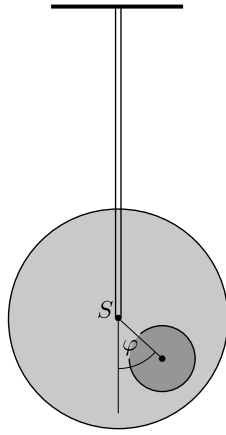
Mostantól kezdve  $b$  értékét ismertnek tekinthetjük.

A továbbiakban szeretnénk megmérni a rendszer  $\Theta_S$  tehetetlenségi nyomatékát az  $S$  szimmetriatengelyre vonatkoztatva. Ehhez egy mereven rögzített rúddal felfüggesztjük a fahengert a szimmetriatengelyénél. Ezután az egyensúlyi helyzetéből kicsiny  $\varphi$  szöggel kitérítjük, majd elengedjük (3. ábra). Azt találjuk, hogy  $\varphi$  periodikusan változik  $T$  periódusidővel.

<sup>1</sup>A hivatalos megoldást és a mérési feladatokat a KöMaL novemberi számában ismertetjük.

A feladatok kidolgozására 5 óra állt rendelkezésre. A három elméleti feladatra összesen 30 pontot lehetett kapni. A részfeladatok után közölt pontszámok az egyes kérdések nehézségi fokára utalnak.

A versenyzők a feladatlapok mellé egy táblázatot is kaptak, amely a természeti állandók értékeit és néhány atomi részecske adatait tartalmazta. Ezeket az adatokat Olvasóink megtalálhatják pl. a „Négyjegyűben”, ezért a táblázatot nem közöljük.



3. ábra. A felfüggesztett rendszer

**A.2.** Határozzuk meg  $\varphi$  mozgásegyenletét! Fejezzük ki a hengernek az  $S$  szimmetriatengelyére vonatkoztatott  $\Theta_S$  tehetetlenségi nyomatékát  $T$ ,  $b$  és az (1)-ben felsorolt, ismert mennyiségek segítségével! Feltételezhetjük, hogy az egyensúlyi helyzettől való kitérés kicsi, így  $\varphi$  a mozgás során mindvégig igen kicsiny marad. (0,5 pont)

Az **A.1.** és **A.2.** részfeladatok mérései alapján szeretnénk meghatározni a fahengerben található fémkorong geometriáját és elhelyezkedését.

**A.3.** Fejezzük ki a  $d$  távolságot  $b$  és az (1)-ben szereplő mennyiségek segítségével. A formulában az  $r_2$  és  $h_2$  mennyiségeket is használhatjuk, hiszen ezeket az **A.5.** pontban meg fogjuk határozni. (0,4 pont)

**A.4.** Fejezzük ki az  $\Theta_S$  tehetetlenségi nyomatékot  $b$  és az (1)-ben szereplő, ismert mennyiségek segítségével. A formulában az  $r_2$  és  $h_2$  mennyiségeket is használhatjuk, hiszen ezeket az **A.5.** pontban meg fogjuk határozni. (0,7 pont)

**A.5.** A fenti eredményeket felhasználva fejezzük ki  $h_2$  és  $r_2$  értékét  $b$ ,  $T$  és (1)-ben szereplő, ismert mennyiségek segítségével. A  $h_2$  mennyiséget kifejezhetjük  $r_2$ -vel is. (1,1 pont)

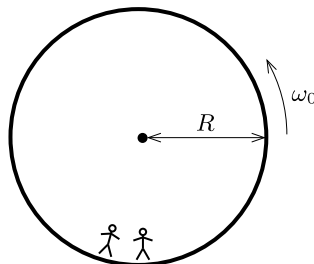
### B rész. Forgó űrállomás (6,5 pont)

Alice egy űrállomáson lakó űrhajós. Az űrállomás egy óriási,  $R$  sugarú kerék, amely a tengelye körül forog, így biztosítva a mesterséges gravitációt az asztronauták számára. Az űrhajósok a kerék peremének belső oldalán élnek. Az űrállomás gravitációs vonzása és a padló görbülsége elhanyagolható.

**B.1.** Mekkora  $\omega_0$  szögsebességgel forog az űrállomás, ha az űrhajósok ugyanakkora  $g_F$  gravitációs gyorsulást éreznek, mint a Föld felszínén? (0,5 pont)

Alice és űrhajós barátja, Bob vitatkoznak. Bob nem hiszi el, hogy valóban egy űrállomáson élnek, szerinte ténylegesen a Földön tartózkodnak. Alice fizikai módszerrel szeretné bebizonyítani Bobnak, hogy egy forgó űrállomáson élnek. Ezért egy  $m$  tömegű testet rögzít egy  $k$  rugóállandójú rugó végére, majd rezgésbe hozza. A test csak függőleges irányban rezeghet, vízszintesen nem tud mozogni.

**B.2.** Feltételezve, hogy a Földön a gravitációs gyorsulás állandó  $g_F$ , mekkorának mérné a rezgés  $\omega_F$  körfrekvenciáját egy Földön lévő személy? (0,2 pont)



4. ábra. Az űrállomás

**B.3.** Mekkora  $\omega$  körfrekvenciát mér Alice az űrállomáson? (0,6 pont)

Alice meg van győződve arról, hogy a kísérlete bizonyíték arra, hogy egy forgó űrállomáson élnek. Bob szkeptikus marad. Szerinte ha a gravitációs tér Föld felszíne feletti változását is figyelembe vesszük, annak hasonló hatása van. A továbbiakban azt vizsgáljuk, igaz-e Bobnak.

**B.4.** Fejezzük ki a  $g_F(h)$  gravitációs gyorsulást kicsiny  $h$  magasságban a Föld felszíne fölött, és számítsuk ki a rezgő test  $\tilde{\omega}_F$  körfrekvenciáját (elég a lineáris közelítés). A Föld sugarát jelölje  $R_F$ . A Föld forgását figyelmen kívül hagyhatjuk. (0,8 pont)

Alice azt találja, hogy ezen az űrállomáson a rezgő test valóban a Bob által jósolt frekvenciával rezeg.

**B.5.** Mekkora az űrállomás  $R$  sugara, ha a rezgés  $\omega$  körfrekvenciája megegyezik a Földön mérhető  $\widetilde{\omega}_F$  körfrekvenciával? A választ  $R_F$  segítségével adjuk meg. (0,3 pont)

Bob makacsságán feldühödve Alice egy új kísérlettel áll elő saját igazának bizonyítására. Ezért felmászik az űrállomás padlója fölé  $H$  magasságba egy toronyra, és elejt egy testet. Ez a kísérlet értelmezhető a forgó vonatkoztatási rendszerben éppúgy, mint az inerciarendszerben.

Egy egyenletesen forgó vonatkoztatási rendszerben az űrhajós egy fiktív  $\mathbf{F}_C$  erőt tapasztal, amit *Coriolis-erőnek* nevezünk. Az állandó  $\omega_0$  szögsebességgel forgó rendszerben  $\mathbf{v}$  sebességgel mozgó,  $m$  tömegű testre ható  $\mathbf{F}_C$  Coriolis-erőt a következő összefüggés adja meg:

$$\mathbf{F}_C = 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}_0.$$

Használható a skaláris mennyiségekre vonatkozó

$$F_C = 2mv\omega_0 \sin \varphi$$

alak, ahol  $\varphi$  a sebességvektor és a forgástengely közötti szög. Az erő merőleges mind a  $\mathbf{v}$  sebességvektorra, mind pedig a forgástengelyre. Az erő előjele a jobbkez-szabály alapján határozható meg, de ez az előjel a következőkben szabadon választható.

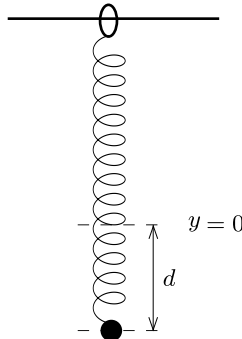
**B.6.** Számítsuk ki a test  $v_x$  vízszintes sebességét és a vízszintes  $d_x$  elmozdulását (a torony aljához képest, a toronyra merőleges irányban) a padlóra érés pillanatában. Feltehetjük, hogy a torony  $H$  magassága kicsiny, így az űrhajósok által mért gyorsulás az esés alatt állandó. Feltételezhető továbbá, hogy  $d_x \ll H$ . (1,1 pont)

Hogy jobb eredményt kapjon, Alice úgy dönt, hogy a kísérletet egy, a korábbinál sokkal magasabb toronyról is elvégzi. Meglepetésére a test a torony aljánál éri el a padlót, azaz  $d_x = 0$ .

**B.7.** Határozzuk meg a torony magasságának alsó korlátját, amelyre  $d_x = 0$  lehetséges. (1,3 pont)

Alice szeretne még egy utolsó kísérletet tenni Bob meggyőzésére. A rugós rendszert szeretné használni a Coriolis-erő hatásának szemléltetésére. Ezért megváltoztatja az eredeti elrendezést: a rugót egy olyan gyűrűhöz rögzíti, amely szabadon és súrlódásmentesen csúszhat az  $x$  irányban egy vízszintes rúdon. A rugó maga az  $y$  irányban rezeg. A rúd párhuzamos a talajjal és merőleges az űrállomás forgástengelyére. Az  $x - y$  sík tehát merőleges a forgástengelyre, az  $y$  irány pedig egyenesen az űrállomás forgástengelye felé mutat.

**B.8.** Alice a testet az  $x = 0$ ,  $y = 0$  egyensúlyi állapotából  $d$  távolsággal kitéríti lefelé, majd elengedi (lásd az 5. ábrát).



5. ábra. Az elrendezés

(i) Fejezzük ki az  $x(t)$  és  $y(t)$  mennyiségeket. Feltehetjük, hogy  $\omega_0 d$  kicsi, és elhanyagolhatjuk az  $y$  irányú Coriolis-erőt.

(ii) Vázzuk fel az  $(x(t), y(t))$  pályát, és jelöljük minden fontos tulajdonságát, mint pl. az amplitúdóját. (Összesen 1,7 pont)

Alice és Bob folytatja vitáját ...

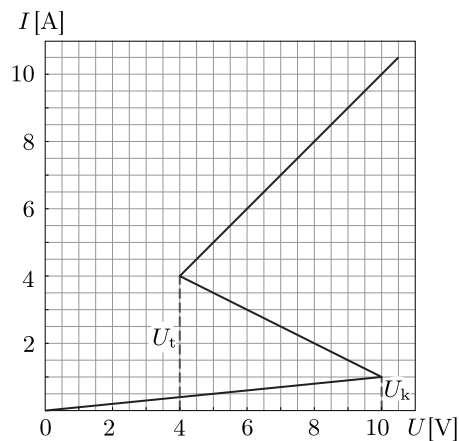
## 2. feladat. Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben (10 pont).

**Bevezetés.** Bistabil, nemlineáris félvezető áramköri elemeket (pl. tirisztorokat) széles körben alkalmaznak az elektronikában kapcsolóként és elektromágneses rezgések előállításához. A tirisztorok alkalmazásának elsődleges területe a váltóáram szabályozása a teljesítményelektronikában, például amikor megawattos nagyságrendben kell váltóáramot egyenirányítani. A bistabil elemek önszabályozó jelenségek modelljeként is szolgálhatnak a fizikában (ezzel foglalkozik a feladat B része), a biológiában (lásd a C részt) és a modern tudomány más, nemlineáris jelenségekkel foglalkozó területein.

**Célkitűzések.** Instabilitások és nemtriviális dinamika tanulmányozása nemlineáris  $I - V$  karakterisztikájú elemeket tartalmazó áramkörökben. Megmutatni ezen áramkörök felhasználási lehetőségeit a mérnöki gyakorlatban és a biológiai rendszerek modellezésben.

### A. rész. Stacionárius állapotok és instabilitások (3 pont)

Az 6. ábra egy nemlineáris  $X$  áramköri elem úgynevezett  $S$ -alakú  $I - U$  karakterisztikáját mutatja. Az  $U_t = 4,00$  V (tartófeszültség) és a  $U_k = 10,0$  V (küszöbfeszültség) közötti feszültségtartományban az  $I - U$  karakterisztika többértékű. Az egyszerűség kedvéért a 6. ábrán látható grafikon szakaszonként lineáris (minden ág egy egyenes szakasz), továbbá a felső ág meghosszabbítása átmege az origón. Ez a közelítés jól leír egy valódi tirisztor.



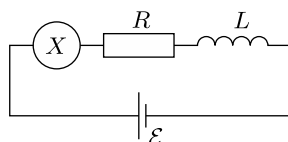
6. ábra. Az  $X$  nemlineáris elem  $I-U$  karakterisztikája

**A.1.** A grafikon alapján határozzuk meg az  $X$  áramköri elem  $R_{be}$  és  $R_{ki}$  ellenállását az  $I-U$  karakterisztika felső, illetve alsó ágában! A középső ágat a következő egyenlet írja le:

$$I = I_0 - \frac{U}{R_k}.$$

Határozzuk meg az  $I_0$  és  $R_k$  paraméterek értékét! (0,4 pont)

Az  $X$  áramköri elem sorba van kötve egy  $R$  ellenállással, egy  $L$  induktivitással és egy  $\mathcal{E}$  ideális feszültségforrással (lásd a 7. ábrát). Az áramkört stacionárius állapotban lévőnek nevezzük, ha az áramerősség  $I(t) = \text{állandó}$ .



7. ábra. Áramkör az  $X$  elemmel, az  $R$  ellenállással, az  $L$  induktivitással és az  $\mathcal{E}$  feszültségforrással

**A.2.** Hány stacionárius állapota lehet a 7. ábrán látható áramkörnek, ha  $\mathcal{E}$  egy rögzített érték és  $R = 3,00 \Omega$ ? Hogyan módosul a válasz, ha  $R = 1,00 \Omega$ ? (1 pont)

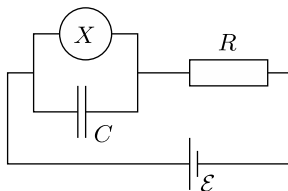
**A.3.** Legyen a 7. ábrán látható áramkörben  $R = 3,00 \Omega$ ,  $L = 1,00 \mu\text{H}$  és  $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$ . Határozzuk meg az  $X$  áramköri elem  $I_{st}$  áramának és  $U_{st}$  feszültségének értékét a stacionárius állapotban! (0,6 pont)

A 7. ábrán látható áramkör stacionárius állapotban van, ahol  $I(t) = I_{st}$ . Ezt a stacionárius állapotot *stabilnak* nevezzük, ha az áramerősség egy kis változtatás (növelés vagy csökkentés) után visszatér a stacionárius állapotba. Ha viszont a rendszer egyre jobban eltávolodik a stacionárius állapottól, akkor ezt az állapotot *instabilnak* nevezzük.

**A.4.** Használjuk az **A.3.** kérdésben szereplő numerikus értékeket, és tanulmányozzuk az  $I(t) = I_{st}$  áramú stacionárius állapot stabilitását! Stabil vagy instabil ez az állapot? (1 pont)

**B. rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában: rádióadó (5 pont)**

Most egy új áramköri elrendezést vizsgálunk (lásd a 8. ábrát). Ez alkalommal az  $X$  nemlineáris áramköri elem párhuzamosan van kötve egy  $C = 1,00 \mu\text{F}$  kapacitású kondenzátorral. Ezt aztán sorbakötjük egy  $R = 3,00 \Omega$  ellenállással és egy  $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$  állandó feszültségű, ideális feszültségforrással. Kiderül, hogy az áramkör rezgéseket végez, azaz az  $X$  nemlineáris áramköri elem az  $I-U$  karakterisztika egyik ágáról a másikra ugrik egy ciklus során.



8. ábra. Áramkör az  $X$  elemmel, az  $R$  ellenállással, az  $L$  induktivitással és az  $\mathcal{E}$  feszültségforrással

**B.1.** Rajzoljuk le a rezgési ciklust az  $I-U$  grafikonon, és adjuk meg az irányát is (óramutató járásával megegyező vagy azzal ellentétes). Indokoljuk a választ egyenletekkel és vázlatokkal! (1,8 pont)

**B.2.** Vezessünk le kifejezéseket azon  $t_1$  és  $t_2$  időtartamokra, amelyeket a rendszer az  $I-U$  grafikon egyes ágain tölt a rezgési ciklus során! Számítsuk ki ezek numerikus értékét is! Határozzuk meg a rezgés  $T$  periódusidejét is, feltételezve, hogy az az idő, ami az  $I-U$  grafikon egyik ágáról a másik ágára való átugráshoz szükséges, elhanyagolható! (1,9 pont)

**B.3.** *Beccsüljük meg a nemlineáris elemen egy ciklus alatt disszipálódó átlagos  $P$  teljesítményt! Elég a nagyságrendet meghatározni. (0,7 pont)*

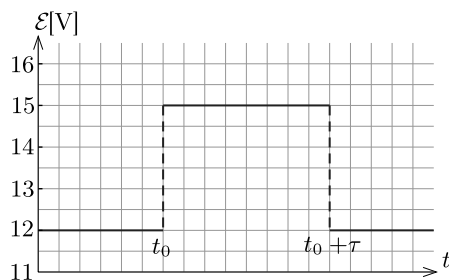
A 8. ábrán látható áramkört egy rádióadóhoz használjuk. Az  $X$  áramkörti elemet egy  $s$  hosszúságú lineáris antenna (egy hosszú, egyenes vezeték) egyik végéhez csatlakoztatjuk, a vezeték másik vége szabad. Az antennában egy elektromágneses állóhullám alakul ki. Az elektromágneses hullám sebessége az antenna mentén ugyanakkora, mint vákuumban. Az adó a rendszer alapharmonikusát használja, melynek periódusideje a **B.2.** részben meghatározott  $T$ .

**B.4.** *Mi az  $s$  hosszúság optimális értéke, feltéve, hogy nem haladhatja meg az 1 km-t? (0,6 pont)*

**C. rész. Bistabil, nemlineáris áramkörti elemek a biológiában: neurisztor (2 pont)**

A feladat ezen részében a bistabil, nemlineáris áramkörti elemet egy biológiai folyamat modelljeként vizsgáljuk. Egy neuron az emberi agyban a következő tulajdonsággal rendelkezik: ha egy külső jel ingerli, akkor egyetlen rezgést végez, majd visszatér az eredeti állapotába. Ezt a tulajdonságot ingerelhetőségnek nevezzük. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően impulzusok haladhatnak végig az idegrendszert alkotó, csatolt neuronok hálózatán. Azt a félvezető csipet, amelyet az ingerelhetőség és a jelterjedés utánzására készítenek, *neurisztornak* nevezik (a neuron és a tranzisztor szavakból).

Megkísérlünk egy egyszerű neurisztort egy olyan áramkörrel modellezni, mely tartalmazza az eddig vizsgált  $X$  nemlineáris elemet. Ezért a 8. ábrán látható áramkörben az  $\mathcal{E}$  feszültséget lecsökkentjük  $\mathcal{E}' = 12,0$  V-ra. A rezgések megszűnnek, és a rendszer eléri stacionárius állapotát. Aztán a feszültséget hirtelen újra  $\mathcal{E} = 15,0$  V-ra növeljük, majd  $\tau$  időtartam után (ahol  $\tau < T$ ) ismét  $\mathcal{E}'$  értékre állítjuk (lásd a 9. ábrát). Kiderül, hogy van egy bizonyos kritikus  $\tau_k$  érték, és a rendszer minőségileg más viselkedést mutat, ha  $\tau < \tau_k$ , illetve ha  $\tau > \tau_k$ .



9. ábra. A feszültségforrás feszültsége az idő függvényében

**C.1.** *Vázoljuk fel az  $X$  áramkörti elem folyó  $I_X(t)$  áramerősséget az idő függvényében ha  $\tau < \tau_k$ , illetve ha  $\tau > \tau_k$ ! (1,2 pont)*

**C.2.** *Fejezzük ki paraméteresen és határozzuk meg numerikusan is, hogy mekkora az a  $\tau_k$  kritikus idő, ahol a viselkedés megváltozik. (0,6 pont)*

**C.3.** *Neurisztor-e az áramkör  $\tau = 1,00 \cdot 10^{-6}$  s érték esetén? (0,2 pont)*

**3. feladat. A Nagy Hadronütköztető (10 pont).**

Ez a feladat a CERN-ben működő részecskegyorsító, a Nagy Hadronütköztető (Large Hadron Collider, LHC) fizikájával foglalkozik. A CERN a világ legnagyobb részecskefizikai laboratóriuma. Célja, hogy betekintést nyújtson a természet alapvető törvényeibe.

Az LHC-ben két részecskenyalábot gyorsítanak fel nagy energiára úgy, hogy azokat erős mágneses térrel gyorsítógyűrűben vezetik, és utána egymással ütköztetik őket. A protonok nem egyenletesen, hanem úgynevezett csomagokba rendeződve oszlanak el a gyorsító kerülete mentén. Az ütközés során keletkezett részecskéket hatalmas méretű detektorokkal figyelik meg. Az LHC néhány paramétere az 1. táblázatban található.

<b>LHC gyűrű</b>	
Gyűrű kerülete	26 659 m
Részecskecsomagok száma egy protonnyalábban	2808
Protonok száma egy részecskecsomagban	$1,15 \cdot 10^{11}$
<b>Protonnyalábok</b>	
Protonok energiája	7,00 TeV
Tömegközépponti energia	14,0 TeV

1. táblázat. Az LHC releváns paramétereinek jellemző numerikus értékei

A részecskefizikusok az SI mértékegységeknél alkalmasabb egységeket használnak az energia, az impulzus és a tömeg kifejezésére. Az energiát elektronvoltban [eV] mérik. Definíció szerint 1 eV energiát nyer az az  $e$  elemi töltéssel rendelkező részecske, amelyik 1 volt potenciálkülönbségen haladt át ( $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ ). Az impulzust eV/c, a tömeget eV/c<sup>2</sup> egységekben adják meg, ahol  $c$  a vákuumbeli fénysebesség. Mivel 1 eV nagyon kicsi energiamennyiség,

a részecskefizikusok gyakran a MeV (1 MeV =  $10^6$  eV), a GeV (1 GeV =  $10^9$  eV) vagy a TeV (1 TeV =  $10^{12}$  eV) egységeket használják.

A feladat első része a protonok vagy az elektronok gyorsításával, a második rész pedig az ütközéskor keletkezett részecskék azonosításával foglalkozik.

**A rész. Az LHC gyorsító (6 pont)**

*Gyorsítás.* Tegyük fel, hogy a protonokat  $U$  feszültséggel gyorsítjuk fel a fénysebességhez nagyon közeli sebességre. Hanyagoljuk el a sugárzásból és más részecskékkel való ütközésből eredő energiaveszteségeket.

**A.1.** Adjuk meg a protonok  $v$  végsebességének pontos kifejezését az  $U$  gyorsítófeszültség és fizikai állandók függvényében! (0,7 pont)

Egy jövőbeli, tervezett kísérletben az LHC-ből érkező protonokat 60,0 GeV energiájú elektronokkal ütköztetik.

**A.2.** Egy nagyenergiájú és kicsi tömegű részecskére a  $v$  végsebesség és a  $c$  fénysebesség közötti  $\Delta = (c - v)/c$  relatív eltérés nagyon kicsi. Adjunk „első közelítést”  $\Delta$ -ra, és számítsuk ki  $\Delta$  értékét 60,0 GeV energiájú elektronokra az  $U$  gyorsítófeszültség és fizikai állandók segítségével! (0,8 pont)

Most visszatérünk az LHC-beli protonokra. Tegyük fel, hogy a nyalábot vezető cső kör alakú.

**A.3.** Vezessük le a protonnyaláb kör alakú pályán tartásához szükséges homogén mágneses indukció  $B$  nagyságát megadó összefüggést! A kifejezés csak a protonok  $E$  energiáját, az  $L$  kerületet, fizikai állandókat és számokat tartalmazhat. Megfelelő közelítések használata megengedett, ha azok hatása az utolsó értékes jegy pontosságánál kisebb.

Számítsuk ki a  $B$  mágneses indukciót, elhanyagolva a protonok közötti kölcsönhatásokat, ha a proton energiája  $E = 7,00$  TeV. (1 pont)

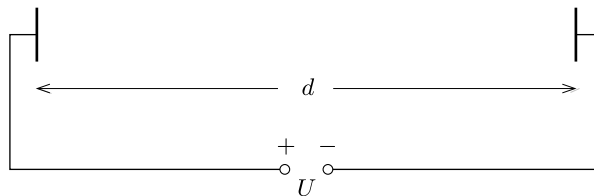
*Kisugárzott teljesítmény.* Egy gyorsuló, töltött részecske elektromágneses hullám formájában energiát sugároz. Az állandó szögsebességgel keringő, töltött részecske által kisugárzott  $P_s$  teljesítmény csak az  $a$  gyorsulásától, a  $q$  töltésétől, a  $c$  fénysebességtől és a vákuum  $\epsilon_0$  permittivitásától függ.

**A.4.** Dimenzióanalízissel adjuk meg a  $P_s$  kisugárzott teljesítmény kifejezését! (1 pont)

A kisugárzott teljesítmény pontos képletében még egy  $(1/6\pi)$ -s szorzótényező is szerepel, továbbá a relativisztikus levezetés egy  $\gamma^4$ -es szorzótényezőt is tartalmaz, ahol  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ .

**A.5.** Számítsuk ki az LHC  $P_t$  teljes kisugárzott teljesítményét, ha a proton energiája  $E = 7,00$  TeV (1. táblázat). Alkalmos közelítések használata megengedett. (1 pont)

*Lineáris gyorsító.* A CERN-ben nyugvó protonokat gyorsítanak fel  $d = 30,0$  m hosszúságú lineáris gyorsítóval  $U = 500$  MV potenciálkülönbségen keresztül. Tegyük fel, hogy az elektromos mező homogén. A lineáris gyorsító két lemezből áll, ahogyan azt (vázlatosan) a 10. ábra mutatja.



10. ábra. A gyorsítóegység vázlatja

**A.6.** Határozzuk meg azt a  $T$  időt, ami alatt a protonok áthaladnak ezen az elektromos mezőn! (1,5 pont)

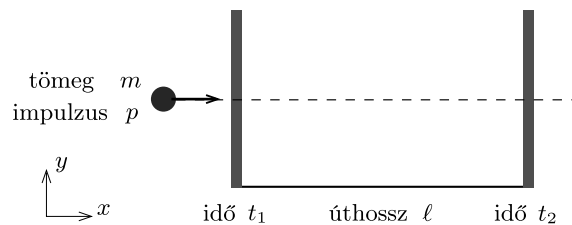
**B rész. Részecskeazonosítás (4 pont)**

*Repülési idő.* A kölcsönhatási folyamatok értelmezéséhez fontos az ütközésekben keletkező, nagyenergiájú részecskék azonosítása. Létezik egy egyszerű módszer, amivel azt az időt ( $t$ ) mérik, ami ahhoz szükséges, hogy egy ismert impulzusú részecske  $\ell$  utat tegyen meg egy ún. repülési idő (RI) detektorban. A detektorban azonosított néhány, tipikus részecskét és a tömegüket a 2. táblázat tartalmazza.

Részecske	Tömeg [MeV/c <sup>2</sup> ]
Deuteron	1876
Proton	938
Töltött kaon	494
Töltött pion	140
Elektron	0,511

2. táblázat. Részecskék és tömegeik

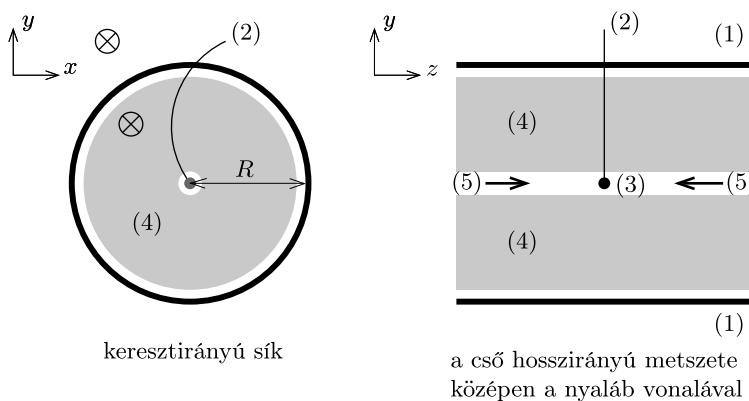
**B.1.** Fejezzük ki a részecske  $m$  tömegét a  $p$  impulzus, az  $\ell$  repülési úthossz és a  $t$  repülési idő függvényében. Feltételezhetjük, hogy a részecske az  $e$  elemi töltéssel rendelkezik, és az RI detektorban a  $c$  fénysebességhez nagyon közeli sebességgel egyenes pályán, a két érzékelési síkra merőlegesen halad (11. ábra)! (0,8 pont)



11. ábra. A repülési idő (RI) detektor sematikus ábrája

**B.2.** Számítsuk ki azon RI detektor legkisebb  $\ell$  hosszát, amelyben a töltött kaon a töltött piontól biztosan megkülönböztethető, ha mindkét részecske impulzusát  $1,00 \text{ GeV}/c$ -nek méri! A jó elkülönítéshez az kell, hogy a repülési idők különbsége háromszor akkora legyen, mint a detektor időfelbontása. Egy RI detektor tipikus felbontása  $150 \text{ ps}$  ( $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$ ). (0,7 pont)

A következőkben egy tipikus LHC detektorban létrejövő részecskéket olyan kétlépcsős detektorban azonosítjuk, amely egy nyomkövető detektorból és egy RI detektorból áll. A 12. ábra mutatja az elrendezést a protonnyalábok kereszt- és hosszanti irányában. Mindkét detektor egy-egy cső, amelyek körülveszik a kölcsönhatási területet, bennük a csövek közepén haladó nyalábbal. A nyomkövető detektor méri a protonnyalábbal párhuzamos irányú mágneses téren áthaladó töltött részecske pályáját. A pálya  $r$  sugarával meghatározható a részecske keresztirányú  $p_T$  impulzusa. Mivel az ütközés ideje ismert, az RI detektorhoz csak egy cső szükséges ahhoz, hogy mérjék a repülési időt az ütközési pont és az RI cső között. Ez az RI cső szorosan a nyomkövető kamra külsején helyezkedik el. Ebben a feladatban feltehetjük, hogy az ütközésben keletkezett összes részecske a protonnyalábokra merőlegesen halad. Ez azt jelenti, hogy a keletkező részecskék nem rendelkeznek a protonnyalábok irányába mutató impulzussal.



keresztirányú sík

a cső hosszirányú metszete  
középen a nyaláb vonalával

12. ábra. A részecskeazonosítás kísérleti elrendezése a nyomkövető kamrával és az RI detektorral. Mindkét detektor egy-egy cső, amelyek a középen levő ütközési pontot veszik körül. Bal oldal: keresztirányú nézet a nyaláb vonalára merőlegesen. Jobb oldal: hosszanti nézet a nyaláb vonalával párhuzamosan. (1) – RI cső; (2) – pálya; (3) – ütközési pont; (4) – nyomkövetési cső; (5) – protonnyalábok;  $\otimes$  – mágneses tér

**B.3.** Fejezzük ki a részecske tömegét a  $B$  mágneses indukcióval, az RI cső  $R$  sugarával és fizikai állandókkal, valamint a mért mennyiségekkel: az  $r$  pályasugárral és a  $t$  repülési idővel! (1,7 pont)

Négy részecskét detektáltunk, és szeretnénk ezeket azonosítani. A nyomkövető detektorban a mágneses indukció  $B = 0,500 \text{ T}$ . Az RI cső  $R$  sugara  $3,70 \text{ m}$ . A mérési eredmények a következők ( $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$ ):

Részecske	$r$ pályasugár [m]	$t$ repülési idő [ns]
A	5,10	20
B	2,94	14
C	6,06	18
D	2,31	25

**B.4.** Azonosítsuk a négy részecskét a tömegük kiszámításával! (0,8 pont)