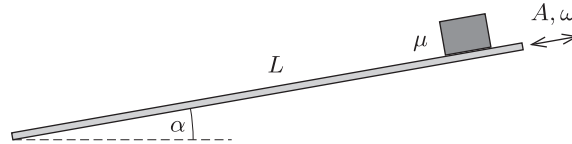


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2015. évi Eötvös-versenye október 16-án délután 3 órai kezdettel tizenöt magyarországi helyszínen¹ került megrendezésre. Ezért külön köszönettel tartozunk mindazoknak, akik ebben szervezéssel, felügyelettel a segítségünkre voltak. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 84 versenyző adott be dolgozatot, 21 egyetemista és 63 középiskolás.

Ismertetjük a feladatokat és azok megoldását.

*

1. feladat. Egy $L = 6$ m hosszúságú, merev deszkalap síkja a vízszintessel állandó, $\alpha = 10^\circ$ -os szöget zár be. Az így kialakított lejtő tetejére egy kis hasábot helyezünk. A deszkát a lejtésvonalával párhuzamos irányban $A = 1$ mm amplitúdóval és $\omega = 500$ s⁻¹ körfrekvenciával harmonikusan rezgetni kezdjük. Mennyi idő alatt éri el a hasáb a lejtő alját? (A csúszási és tapadási súrlódási együttható értéke egyaránt $\mu = 0,4$, a hasáb a mozgás során nem borul fel.)

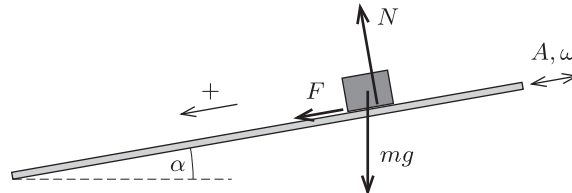


1. ábra

Megoldás. Az m tömegű hasábra az mg nehézségi erő, az N kényszererő és az F (csúszási vagy tapadási) súrlódási erő hat (utóbbi iránya a deszkalap rezgetése során változik). A test mozgásegyenletei a lejtőre merőleges, illetve azzal párhuzamos irányban:

$$N - mg \cos \alpha = 0, \quad F + mg \sin \alpha = ma.$$

A gyorsulásnál a lejtés irányát választottuk pozitívnak, lásd a 2. ábrát.



2. ábra

Tapadás esetén a kényszererő és a súrlódási erő között az $|F| \leq \mu N$ egyenlőtlenség áll fenn, míg csúszásnál $|F| = \mu N$. A hasáb gyorsulása akkor a lehető legnagyobb, ha a hasáb csúszik, és a hasáb *deszkához viszonyított* (relatív) sebessége negatív irányba mutat. Ekkor

$$a_{\max} = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

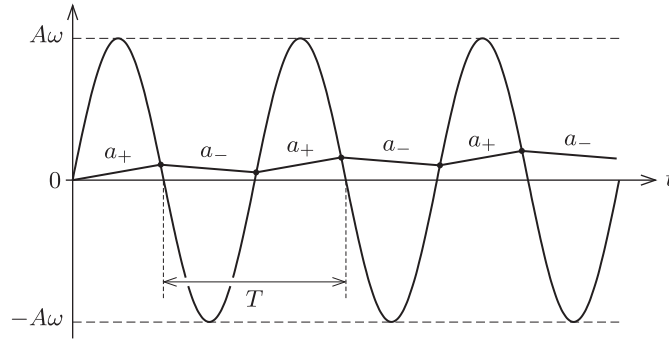
amelyre az adatok behelyettesítése után $a_{\max} \approx 5,6$ m s⁻² adódik. A deszkalap legnagyobb gyorsulása a harmonikus rezgés következtében $A\omega^2 = 250$ m s⁻², amely több mint 40-szer akkora, mint $a_{\max}$ értéke, így a hasáb a rezgetés indításakor *azonnal megcsúszik*. Látni fogjuk, hogy a test a további mozgása során sehol sem tapad meg, tehát mindvégig az (állandó nagyságú) csúszási súrlódási erő hat rá.

A hasáb gyorsulása a mozgás során tehát kétféle értéket vehet fel aszerint, hogy a súrlódási erő éppen a pozitív vagy negatív irányba mutat:

$$(1) \quad a_{\pm} = g(\sin \alpha \pm \mu \cos \alpha),$$

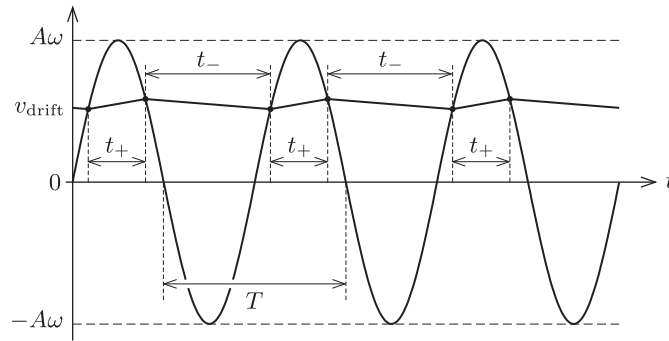
és mivel a megadott számadatok szerint $\mu > \tan \alpha$, így a_+ előjele pozitív, a_- előjele pedig negatív. Az a_+ gyorsulású mozgásszakasz addig tart, amíg a deszka (előjeles) sebessége nagyobb a hasáb sebességénél, míg az a_- gyorsulású mozgásszakaszban a helyzet éppen fordított. A 3. ábrán látható grafikonon ábrázoltuk a deszkalap és a hasáb sebességét az idő függvényében. Utóbbi egy olyan töröttvonallal ábrázolható, ahol az egyes szakaszok meredeksége a_+ és a_- . Mivel $|a_+| > |a_-|$, így a hasáb egy periódusra vett átlagsebessége (a „sodródási sebesség”) egyre növekszik, miközben a test lefelé sodródik a deszkán.

¹Részletek a verseny honlapján:
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm>.



3. ábra

A sodródási sebesség növekedése addig tart, amíg a hasáb átlaggyorsulása zérussá nem válik. Ezután a hasáb sebessége egy állandó v_{drift} érték körül fluktuál (4. ábra). Ez az állandósult (stacionárius) mozgás a viszonylag nagy rezgetési frekvencia miatt hamar kialakul, így a teljes mozgási idő becslésekor a kezdeti felgyorsulás időszakát el is hanyagolhatjuk.



4. ábra

Az állandósult sodródás feltétele:

$$(2) \quad \langle a \rangle \equiv \frac{a_+ t_+ + a_- t_-}{T} = 0.$$

Természetesen fennáll a

$$(3) \quad T = t_+ + t_-$$

egyenlőség is. Az (1)-(3) egyenletekből megkaphatjuk a t_+ időtartam hosszát:

$$(4) \quad t_+ = \frac{a_-}{a_- - a_+} T = \left(1 - \frac{\text{tg } \alpha}{\mu} \right) \frac{T}{2}.$$

A sodródási sebességet pedig abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy a hasáb gyorsulása akkor vált irányt, amikor a deszka és a hasáb sebessége megegyezik. A sebesség (v_{drift} értékehez képest kicsiny) fluktuációját elhanyagolva:

$$v_{\text{drift}} \approx A\omega \cos \left(\omega \frac{t_+}{2} \right).$$

Végül, behelyettesítve a (4) eredményt:

$$v_{\text{drift}} = A\omega \cos \left[\left(1 - \frac{\text{tg } \alpha}{\mu} \right) \frac{\pi}{2} \right] = A\omega \sin \left(\frac{\pi \text{tg } \alpha}{2\mu} \right).$$

A számszerű adatokat felhasználva $v_{\text{drift}} \approx 0,32 \text{ m s}^{-1}$ értéket kapunk, így a hasáb mozgásának becsült ideje

$$t = \frac{L}{v_{\text{drift}}} \approx 18,8 \text{ s}.$$

Hátravan még annak belátása, hogy a hasáb valóban nem tapad meg soha a lejtőn. A megtapadásnak két feltétele van: az egyik, hogy egy adott pillanatban a test és a deszkalap sebessége megegyezzen; a másik, hogy ugyanebben a pillanatban a deszka gyorsulásának nagysága kisebb legyen $|a_+|$ -nál vagy $|a_-|$ -nál aszerint, hogy a deszka épp lefelé vagy felfelé gyorsul. A sebesség-idő grafikonról látszik, hogy ez a két feltétel csak akkor következhet be, amikor a deszka

gyorsulása nagyon kicsi, azaz sebessége nagy ($A\omega$ -hoz közeli). Ekkora sebességre azonban nem tud felgyorsulni a hasáb, mert már előbb beáll a nála jóval kisebb v_{drift} . A hasáb tehát végig csúszva halad a lejtőn.

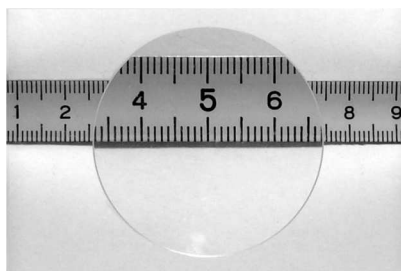
Megjegyzés. A megoldás során felhasználtuk, hogy a mozgás első, átmeneti szakasza (amely alatt a hasáb átlagsebessége eléri a v_{drift} értéket) rövid. Részletesebb számolással megmutatható, hogy ez az időtartam

$$\tau \approx \frac{A\omega}{\mu g \cos \alpha} \approx 0,13 \text{ s}$$

nagyságrendű, tehát a becslésnél elkövetett hibánk valóban elhanyagolható (1–2% körüli érték).

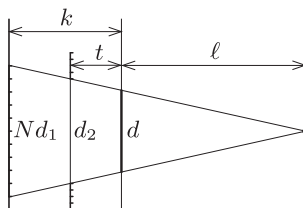
2. feladat. A fényképen látható vékony lencse átmérője 4,00 cm, a lencse és a mérőszalag távolsága 5,0 cm. Mekkora a lencse fókusz távolsága?

Megoldás. A képen (5. ábra) látható, hogy a lencse a mérőszalagról egyenes állású, nagyított, látszólagos képet hoz létre. A képről két adat olvasható le: a lencsén belül (nagyítva) látható mérőszalagszakasz hossza (ezt jelöljük d_1 -gyel) és az a távolság, amit a lencse kitakar a mérőszalagból (ez legyen d_2).



5. ábra

Készítsünk vázlatot az optikai elrendezésről (6. ábra)! A rajzon három sík látható: a lencse síkja, a mérőszalag síkja és a látszólagos kép síkja. Az átmérők közül a lencse átmérője (d) meg van adva, a d_2 átmérőt leolvastuk a képről, a látszólagos kép átmérője pedig Nd_1 , ahol d_1 a képről leolvasott méret és N a nagyítás. A távolságok közül a t tárgy távolság (a lencse és a mérőszalag távolsága) meg van adva, a k képtávolság és az ℓ távolság (a lencse és a fényképezőgép távolsága) egyelőre ismeretlen.



6. ábra

A rajzon ábrázolt mennyiségek között egyszerű összefüggéseket írhatunk fel. A lencsetörvény alapján:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} - \frac{1}{k},$$

ahol f a keresett fókusz távolság (a látszólagos képtávolság negatív, de k -t pozitív távolságként jelöltük). A nagyítás:

$$N = \frac{k}{t},$$

a látószögek egyenlőségéből (hasonló háromszögek) pedig:

$$\frac{Nd_1}{k + \ell} = \frac{d_2}{t + \ell} = \frac{d}{\ell}.$$

Az egyenletrendszert rendezve (k -t, ℓ -et és N -et kiejtve):

$$f = \frac{td}{d_2 - d_1}.$$

Mielőtt ebbe a kifejezésbe behelyettesítenénk a megadott és leolvasott adatokat, foglalkoznunk kell az adatok hibájával is! Nem véletlenül szerepel a szövegben 4,00 cm és 5,0 cm. A lencse átmérőjét tolómérővel meg lehet mérni, így az tizedmilliméter (századcentiméter) pontossággal megadható. A lencse és a mérőszalag távolsága már nem mérhető

ilyen pontosan, hiszen a lencse vastagsága sem nulla – ezt az adatot már csak milliméter pontosan adja meg a feladat szövege. A legkritikusabb a d_1 és d_2 távolságok minél pontosabb leolvasása, mert a fókusz távolság képletében ezek különbsége szerepel. Gondos megfigyeléssel ezek az átmérők néhány tizedmilliméter pontossággal leolvashatók a képről.

A megadott és leolvasott adatok hibájából már a hibaszámítás ismert szabályai szerint meghatározható a fókusz távolság relatív hibája:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{d_2 - d_1}.$$

A megadott és leolvasott adatok hibával:

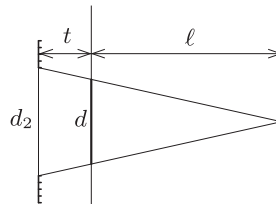
$$\begin{aligned} t &= 5 \pm 0,05 \text{ cm}, \\ d &= 4 \pm 0,005 \text{ cm}, \\ d_1 &= 3,4 \pm 0,02 \text{ cm}, \\ d_2 &= 4,9 \pm 0,02 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Ebből a numerikus eredmény: $f = 13,3 \pm 0,5 \text{ cm}$.

Megjegyzések. 1. A versenyzők egy része másképp gondolkozott, másféleképp oldotta meg a feladatot. Ezeknek a megoldásoknak a gondolatmenete a következő.

A 7. ábra szerint a megadott adatok és a leolvasott d_2 „külső” átmérő alapján hasonló háromszögek segítségével kifejezhető a lencse és a fényképezőgép ℓ távolsága:

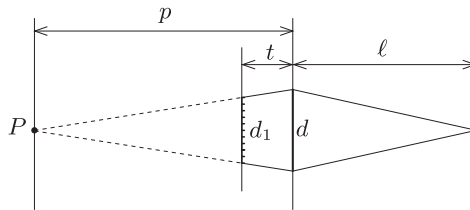
$$\ell = \frac{td}{d_2 - d}.$$



7. ábra

A 8. ábrán az látható, hogy a nagyított képen még éppen látható pontokból (a d_1 „belső” átmérő két széléről) induló (és a lencsén megtörve a fényképezőgépbe jutó) fénysugarak olyanok, mintha egy képzeletbeli P pontból indulnának. A P pont lencsétől mért p távolsága az előzőhöz hasonló módon kifejezhető:

$$p = \frac{td}{d - d_1}.$$



8. ábra

A képzeletbeli P pontból induló fénysugarak a lencsén megtörve éppen a fényképezőgépbe jutnak, így a lencsetörvény alapján

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell},$$

amiből ℓ és p behelyettesítésével és átrendezéssel a fókusz távolságra a már korábban levezetett eredményt kapjuk.

2. A versenyzők közül senki se foglalkozott a hibákkal, és a leolvasást is „nagyvonalúan” végezték (a d_2 átmérőt legtöbbször 5 cm-nek, mások 4,8 cm-nek vették). Egy 1 mm-es leolvasási hiba 1 cm-es hibát okoz a fókusz távolságban – ennek ellenére az eredményt legtöbbször 4-5 értékes jegy pontossággal adták meg. Így erre a feladatra – bár 16-an lényegében helyesen megoldották – senki se adott teljes értékű megoldást.

3. feladat. Egy hosszú, vékony, egyenes tekercs (szolenoid) hossza $\ell = 1 \text{ m}$, átmérője $D_1 = 2 \text{ cm}$, meneteinek száma $N_1 = 2000$, ohmos ellenállása elhanyagolható. A tekercs kivezetéseire 100 V effektív feszültségű, 100 kHz frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk. A szolenoid mellett, annak közvetlen közelében, a tengelyére merőleges felező síkban egy $N_2 = 200$ menetszámú, lapos, $D_2 = 3 \text{ cm}$ átmérőjű tekercs helyezkedik el.

Mekkora effektív feszültséget mutat a lapos tekercsre kapcsolt (ideálisnak tekinthető) voltmérő?

I. megoldás. A hosszú tekercsben folyó áram hatására a tekercs belsejében valamekkora, időben periodikusan változó $\Phi(t)$ mágneses fluxus jön létre. A változó mágneses fluxus a hosszú tekercs minden menetében feszültséget indukál, ezek összege minden pillanatban megegyezik a tekercsre kapcsolt váltakozó feszültséggel:

$$U_1(t) = N_1 \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t}.$$

A lapos tekercsben nem folyik áram (a voltmérő ellenállása nagyon nagy), de a hosszú tekercs szórt mágneses tere feszültséget indukál benne. A feladat ennek a szórt térnek a meghatározása.

A tekercsen kívüli mágneses mező ($D_1 \ll \ell$ miatt) jó közelítéssel olyan, mintha a tekercs egyik végén egy pontszerű forrásból összesen $\Phi(t)$ mágneses fluxus indulna ki *gömbszimmetrikusan*, a tekercs másik végén pedig ugyanekkora fluxus nyelődne el (vagyis mintha egy $-\Phi(t)$ erősségű forrás helyezkedne el ott). A lapos tekercs a hosszú tekercs felezősíkjában, a hosszú tekercshez közel helyezkedik el, így ezen a helyen mindkét forrás külön-külön

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{4\pi \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}$$

mágneses indukciót hoz létre (mert a Φ fluxus egy $\ell/2$ sugarú gömb felületén oszlik el egyenletesen). A lapos tekercs közel van a hosszú tekercshez, így B közel merőleges a felületére. A lapos tekercsen áthaladó teljes (mindkét forrásból származó) fluxus emiatt:

$$\Phi_2(t) = 2B(t)\pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{D_2}{\ell}\right)^2 \Phi(t).$$

Ez az időben változó fluxus a lapos tekercsben

$$U_2(t) = N_2 \frac{\Delta\Phi_2(t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} N_2 \left(\frac{D_2}{\ell}\right)^2 \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{D_2}{\ell}\right)^2 U_1(t)$$

feszültséget indukál. (Felhasználtuk $U_1(t)$ korábban felírt kifejezését.)

Az $U_1(t)$ és $U_2(t)$ feszültségek minden pillanatban arányosak egymással, így az effektív értékek aránya is ugyanekkora. Ebből a keresett feszültség:

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{D_2}{\ell}\right)^2 U_1 \approx 4,5 \text{ mV}.$$

II. megoldás (*Fehér Zsombor* megoldása alapján). Egy hosszú, egyenes tekercs (szolenoid) belsejében kialakuló mágneses indukció nagyságára jól ismert a következő összefüggés:

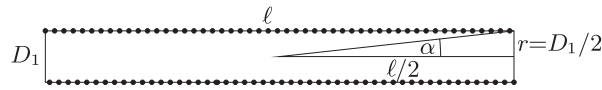
$$B_0 = \mu_0 \frac{N_1 I}{\ell},$$

ahol N_1 a tekercs menetszáma, I a tekercsen átfolyó áramerősség, ℓ a tekercs hossza és $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$.

Ez az összefüggés azonban *véges* hosszúságú tekercsre *csak közelítőleg* igaz! A véges hosszúságú tekercs terét a tekercs középpontjában helyesen a következő kifejezés adja meg:

$$B_{\text{bent}} = B_0 \cos \alpha = \mu_0 \frac{N_1 I}{\ell} \cos \alpha,$$

ahol α a tekercs zárókörének fél látószöge a középpontból nézve (9. ábra). Ez az összefüggés a Biot–Savart-törvény segítségével (integrálszámítással, de akár elemi eszközökkel is) levezethető (lásd lentebb a 2. megjegyzést).



9. ábra

Hosszú, vékony tekercsnél

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{D_1}{\ell} \ll 1,$$

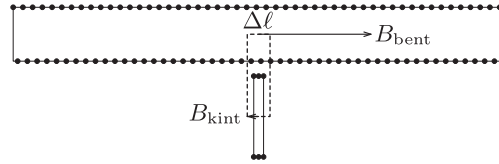
és így $\cos \alpha \approx 1$, tehát az ismert összefüggés általában *jó közelítésként* használható. Ebben a feladatban azonban – mint látni fogjuk – éppen ennek a közelítésnek a pontossága, vagyis B_0 és B_{bent} kicsiny különbsége lesz számunkra fontos!

Írjuk fel a gerjesztési törvényt egy olyan kis téglalapra, amelynek két oldala a két tekercs tengelyén fekszik (10. ábra):

$$B_{\text{bent}} \Delta \ell + B_{\text{kint}} \Delta \ell = \mu_0 \frac{N_1 I}{\ell} \Delta \ell \quad (= B_0 \Delta \ell),$$

ahol B_{kint} a rövid tekercsben lévő mágneses indukció nagysága, $N_1 I \frac{\Delta \ell}{\ell}$ pedig a nagy tekercs azon meneteinek száma, amelyeket a kis hurok körül fog. (Felhasználtuk, hogy a tengelyre merőleges indukciókomponens a szolenoid tengelye tájékán elhanyagolható.) Innen következik, hogy

$$B_{\text{kint}} = B_0 - B_{\text{bent}} = B_0(1 - \cos \alpha) = B_0 \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx B_{\text{bent}} \frac{1}{2} \left(\frac{D_1}{\ell} \right)^2.$$



10. ábra

A tekercsekben indukált feszültség arányos a tekercsek menetszámával és az egy meneten áthaladó fluxussal, amiből a keresett feszültség:

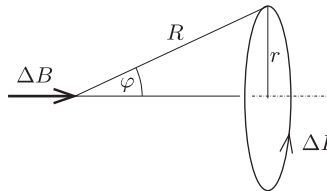
$$U_2 = \frac{N_2 B_{\text{kint}} \pi \left(\frac{D_2}{2} \right)^2}{N_1 B_{\text{bent}} \pi \left(\frac{D_1}{2} \right)^2} U_1 = \frac{1}{2} \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{D_2}{\ell} \right)^2 U_1,$$

az I. megoldással megegyezően.

Megjegyzések. 1. A megoldásban nem használtuk fel a megadott adatok közül a hosszú tekercs D_1 átmérőjének és a frekvenciának a számértékét. Ugyanakkor mindkét adat *nagyságrendje* fontos a megoldáshoz! Felhasználtuk, hogy $D_1 \ll \ell$, mert emiatt közelíthettük a külső teret két *pontforrás* terével. A hosszú tekercs induktív ellenállása, és így a tekercsen folyó áram nagysága függ a frekvenciától. Ha a frekvencia sokkal kisebb (például 50 Hz) lenne, akkor a tekercsen a rákapcsolt 100 V feszültség hatására olyan nagy áram indulna meg, amely a tekercset azonnal szétolvasztaná.

2. A *véges hosszúságú tekercs terének levezetése*. Egy r sugarú körvezetőben folyó ΔI erősségű áram által keltett mágneses indukciót a kör síkjára merőleges szimmetriatengely pontjaiban könnyen kiszámíthatjuk a Biot-Savart-törvény segítségével. A szimmetriatengely azon pontjában, ahonnan a körvezető sugara φ szögben látszik, tehát amely ponttól a körvezető pontjai $R = r / \sin \varphi$ távol vannak (11. ábra), a mágneses indukció

$$\Delta B = \mu_0 \frac{\Delta I}{4\pi} \frac{2r\pi}{R^2} \sin \varphi = \mu_0 \frac{\Delta I}{2r} \sin^3 \varphi.$$



11. ábra

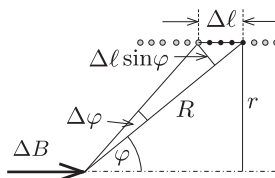
Rakjuk össze az ℓ hosszúságú N menetes tekercset $\Delta \ell$ vastagságú kis köráramokból. Ekkor egy ilyen kis körben

$$\Delta I = \frac{NI}{\ell} \Delta \ell$$

áram folyik, ami a tengelye mentén, a φ szöggel jellemezhető pontban

$$\Delta B = \mu_0 \frac{NI}{2r\ell} \sin^3 \varphi \Delta \ell$$

indukciót hoz létre.



12. ábra

Kihasználva, hogy a tekercs alkotójának kicsiny $\Delta \ell$ hosszúságú darabja a kérdéses pontból

$$\Delta \varphi \approx \frac{\Delta \ell \cdot \sin \varphi}{R} = \frac{\sin^2 \varphi}{r} \cdot \Delta \ell$$

szög alatt látszik (12. ábra), a körvezetők mágneses indukciója így is felírható:

$$\Delta B = \mu_0 \frac{NI}{2\ell} \sin \varphi \Delta \varphi.$$

A tekercs középpontjában létrejövő mágneses indukciót úgy kapjuk meg, hogy ezeket a kis indukciójárulékokat összegezzük $\varphi = \alpha$ -tól $\varphi = \pi - \alpha$ -ig (α a tekercs záróköreinek fél látószöge a tekercs középpontjából).

$$B = \sum_{\varphi=\alpha}^{\pi-\alpha} \Delta B = \mu_0 \frac{NI}{2\ell} \sum_{\varphi=\alpha}^{\pi-\alpha} \sin \varphi \Delta \varphi.$$

A fenti képlet végén szereplő összeget egyszerű fizikai megfontolásokkal is meghatározhatjuk. Ha egy m tömegű gyöngyszemet egy függőleges síkban rögzített r sugarú körív mentén (mindvégig érintő irányú erőt alkalmazva) lassan felemeljük a 13. ábrán látható P_1 pontból a P_2 pontig, akkor a végzett munka

$$W = \sum F(\varphi) \Delta s = mgr \sum_{\varphi=\alpha}^{\pi-\alpha} \sin \varphi \Delta \varphi.$$

Másképpen ez a munka a gyöngyszem helyzeti energiájának megváltozásával egyenlő:

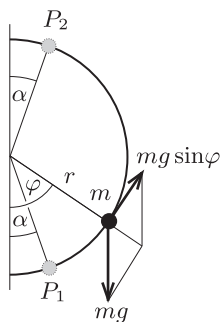
$$W = 2mgr \cos \alpha,$$

tehát

$$\sum_{\varphi=\alpha}^{\pi-\alpha} \sin \varphi \Delta \varphi = 2 \cos \alpha.$$

Ennek ismeretében a véges hosszúságú tekercs mágneses indukciója a tekercs közepénél:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \cdot \cos \alpha.$$



13. ábra

*

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2015. november 20-án délután került sor az ELTE TTK Harmónia termében. Meghívást kaptak az 50 és 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Gnädig Péter, az 50 évvel ezelőtti verseny egyik győztese külföldi útja miatt nem tudott eljönni, üzenetét Vankó Péter olvasta fel. Az akkori verseny másik győztese *Juvancz Gábor*, az ELTE fizikus hallgatója volt, aki nagyon fiatalon, közvetlenül a diplomája megszerzése után egy tragikus balesetben életét veszítette.

A 25 évvel ezelőtti díjazottak közül *Horváth Tibor* és *Maróti Miklós* jött el az alkalomra, utóbbi az akkori feladatok ismertetése után röviden beszélt a versennyel kapcsolatos emlékeiről és pályájáról.

Ezután következett a 2015. évi verseny feladatainak és megoldásainak bemutatása. Az 1. feladat megoldását Vigh Máté, a 2. feladatát Vankó Péter, a harmadik feladatát Tichy Géza ismertette.

Ezután került sor az eredményhirdetésre. A díjakat *Patkós András*, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át.

Egyetlen versenyző sem oldotta meg mindhárom feladatot, így a versenybizottság nem adott ki első díjat.

Egy feladat helyes és egy feladat lényegében helyes megoldásáért *második díjat* nyert **Fehér Zsombor**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa – jelenleg az ELTE matematikus hallgatója; **Holczer András**, a Pécsi Janus Pannonius Gimnázium érettségizett tanulója, *Dombi Anna* és *Kotek László* tanítványa – jelenleg a BME villamosmérnök hallgatója; **Juhász Dániel**, a Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Csányi Sándor* tanítványa; **Sal Kristóf**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Kotek László* és *Horváth Gábor* tanítványa valamint **Tompa Tamás Lajos**, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Zámborszky Ferenc* és *Kovács Benedek* tanítványa.

Egy feladat helyes megoldásáért és a hozzáfűzött diszkusszióért *harmadik díjat* nyert **Balogh Menyhért**, a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Norbert* tanítványa.

Egy feladat lényegében helyes megoldásáért *dicséretben* részesült **Bege Áron**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* és *Szokolai Tibor* tanítványa; **Bencsik Bálint**, az Óbudai Árpád Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Nagy Attila* tanítványa; **Bugár Dávid**, a révkomáromi Selye János Gimnázium érettségizett tanulója, *Szabó Endre* tanítványa – jelenleg az ELTE fizikus hallgatója; **Forrai Botond**, a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Norbert* tanítványa; **Frey Balázs**, a Váci Szakképzési Centrum Boronkay György Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Tóth Eszter* tanítványa; **Gémes Antal**, a hódmezővásárhelyi Bethlen Gábor Református Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Lakatos-Tóth István* és *Nagy Tibor* tanítványa; **Kasza Bence**, a Budai Ciszterci Szent Imre Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Ábrám László* és *Sarkadi Tamás* tanítványa; **Kovács Péter Tamás**, a Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Juhász Tibor* és *Pálovics Róbert* tanítványa; **Körmöczi Dávid**, az Egri Szilágyi Erzsébet Gimnázium és Kollégium 12. osztályos tanulója, *Szabó Miklós* tanítványa; **Olosz Balázs**, a PTE Babits Mihály Gyakorló Gimnázium érettségizett tanulója, *Koncz Károly* tanítványa – jelenleg a BME villamosmérnök hallgatója; **Szamosfalvi Benjámín Balázs**, a Miskolci Herman Ottó Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Dudás Imre* tanítványa; **Szick Dániel**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa; **Tomcsányi Gergely**, a Váci Szakképzési Centrum Boronkay György Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Tóth Eszter* tanítványa valamint **Török Péter**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* és *Szokolai Tibor* tanítványa.

A MOL támogatásával a második díjjal nettó 25 ezer, a harmadik díjjal nettó 20 ezer forint pénzjutalom járt, a dicséretes versenyzők valamint a díjazottak tanárai pedig a versenyt támogató Typotex Kiadó könyveit kapták.