

Tesztfeladatok:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	B	C	D	C	B	C	C	B	C	A	C	C	B	D

F1. a) A Skodából nézve a kezdősebesség nélkül induló Volvo t idő alatt $s = at^2/2$ utat tesz meg. Esetünkben $s = 20$ m, tehát a Volvo $t = \sqrt{2s/a} \approx 6,32$ s alatt éri utol a másik autót.

b) A Volvo kezdősebessége $v_0 = 20$ m/s, az utolérés pillanatában pedig $v_1 = v_0 + at = 26,32$ m/s, az átlagsebessége tehát $\frac{1}{2}(v_0 + v_1) = 23,16$ m/s. Így a kérdéses idő alatt $23,16$ m/s $\cdot 6,32$ s ≈ 146 m utat tesz meg.

c) A mozgási energiák aránya (a talajhoz rögzített koordináta-rendszerben):

$$\frac{E_{\text{Volvo}}}{E_{\text{Skoda}}} = \frac{\frac{1}{2}m_{\text{Volvo}}v_1^2}{\frac{1}{2}m_{\text{Skoda}}v_0^2} = \frac{m_{\text{Volvo}}}{m_{\text{Skoda}}} \cdot \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 = \frac{1500}{1000} \left(\frac{26,3}{20,0}\right)^2 \approx 2,6.$$

F2. a) A léggömb térfogata (az ideális gáz állapotegyenlete alapján):

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(0,15 \text{ mol}) \cdot 8,31 \text{ J/(mol K)} \cdot (295 \text{ K})}{1,05 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,0035 \text{ m}^3 = 3,5 \text{ liter}.$$

b) A levegő sűrűségét ugyancsak a $pV = nRT = \frac{m}{M}RT$ gáztörvényből kaphatjuk meg:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{8,31 \text{ J/(mol K)} \cdot (295 \text{ K})} = 1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

c) A léggömbre ható nehézségi erő:

$$mg = (2 + 0,6) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,026 \text{ N},$$

míg a levegő felhajtóereje:

$$F_{\text{fel}} = \rho_{\text{levegő}} \cdot V_{\text{léggömb}} g = 1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0035 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,041 \text{ N}.$$

A felhajtóerő nagyobb, mint a nehézségi erő, ezért száll fel a léggömb. A mennyezetnél erőegyensúly alakul ki, a mennyezet a fenti két erő különbségével nyomja lefelé a léggömböt:

$$F = 0,041 \text{ N} - 0,026 \text{ N} = 0,015 \text{ N}.$$

A léggömb egy kis darabon belapul, ahol a mennyezethez nyomódik. Erre a kis darabra úgy teljesül az erők egyensúlya, hogy a mennyezet lefelé mutató nyomóereje megegyezik a külső és belső nyomások különbségéből származó felfelé mutató erővel: $F = \Delta p A$, amiből a mennyezettel érintkező felület nagysága

$$A = \frac{F}{\Delta p} = \frac{0,015 \text{ N}}{5000 \text{ Pa}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 3 \text{ mm}^2.$$

Megjegyzés. A számítás során elhanyagoltuk a léggömb mennyezettel érintkező darabkájának a súlyát, a belapult gumidarabra a léggömb többi része által kifejtett rugalmas erőket, valamint a nyomás változását a léggömbön belül. Belátható, hogy ezek jogos elhanyagolások.

F3. a) Egyensúlyi helyzetben az elektromos erő és a nehézségi erő eredője fonálirányú:

$$mg \sin 20^\circ - QE \cos 20^\circ = 0,$$

ahonnan

$$E = \frac{mg}{Q} \tan 20^\circ = \frac{0,001 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{10^{-6} \text{ C}} 0,364 \approx 3600 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

b) A testre ható gravitációs erő és az elektromos erő eredője $mg/\cos 20^\circ$ nagyságú és mindig ugyanolyan irányú, tehát éppen olyan, mintha a test elektromos erőter nélkül, de a szokásostól eltérő, $g' = g/\cos 20^\circ \approx 10,4$ m/s² nehézségi gyorsulású, homogén gravitációs térben helyezkedne el. Egy ilyen erőterben a fonálinga lengésideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 1,06 \text{ s}.$$

F4. *a)* Írjuk fel mindkét esetben a kapocsfeszültséget az áram függvényeként:

$$U_{k1} = \mathcal{E} - R_b I_1, \quad U_{k2} = \mathcal{E} - R_b I_2.$$

Ha a két egyenletet egymásból kivonjuk, kiszámíthatjuk a belső ellenállást:

$$R_b = \frac{3900 - 3800}{240 - 120} \frac{\text{mV}}{\text{mA}} = 0,83 \, \Omega.$$

b) Az elektromotoros erőt úgy kaphatjuk meg, ha a belső ellenállást visszahelyettesítjük például az első egyenletbe:

$$\mathcal{E} = U_{k1} + R_b I_1 = 4000 \text{ mV}.$$

c) Újra a kapocsfeszültség-áram függvényt kell használnunk:

$$U_k = \mathcal{E} - R_b I = 4000 \text{ mV} - \frac{5}{6} \Omega \cdot 12 \text{ mA} = 3990 \text{ mV}.$$

Az akkumulátor teljes teljesítménye:

$$P = \mathcal{E} \cdot I = 4 \text{ V} \cdot 12 \text{ mA} = 48 \text{ mW},$$

a másodpercenkénti energiacsökkenés tehát $P \Delta t = 48 \text{ mJ}$.

Megjegyzés. Ilyenkor az akkumulátor belső ellenállására jutó veszteség elhanyagolható, hiszen a belső feszültségesés (10 mV) nagyon kicsi a 4000 mV-os elektromotoros erőhöz képest.