

1. feladat. Napból érkező részecskék (összesen 10 pont).

A Nap felületéről érkező fotonok és a belsejéből érkező neutrínók a Nap belső és külső hőmérsékletéről adhatnak információt, valamint megerősítik, hogy a Nap a benne zajló nukleáris folyamatok miatt ragyog.

A feladatban a következő adatokat használhatjuk: a Nap tömege: $M_\odot = 2,00 \cdot 10^{30}$ kg, a Nap sugara: $R_\odot = 7,00 \cdot 10^8$ m, a Nap luminozitása (egységnyi idő alatt kisugárzott energia): $L_\odot = 3,85 \cdot 10^{26}$ W és a Föld–Nap átlagos távolsága: $d_\odot = 1,50 \cdot 10^{11}$ m.

Néhány függvény határozatlan integrálja:

$$\begin{aligned} (i) \quad & \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{állandó}, \\ (ii) \quad & \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{állandó}, \\ (iii) \quad & \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{állandó}. \end{aligned}$$

A rész. A Naptól jövő sugárzás

A.1. Tegyük fel, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz. Ezt felhasználva határozzuk meg a Nap $T_\odot$ felszíni hőmérsékletét! (0,3 pont)

A napsugárzás spektrumát jó közelítéssel a Wien-féle eloszlás adja meg. Eszerint a Napból a Föld egy adott felületére egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban érkező energia:

$$u(f) = A \frac{R_\odot^2}{d_\odot^2} \frac{2\pi h}{c^2} f^3 \exp(-hf/k_B T_\odot),$$

ahol f a frekvencia, A pedig a bejövő sugárzás irányára merőleges felület nagysága.²

Ezek után tekintsünk egy, a beeső napsugárzás irányára merőlegesen elhelyezett, A felületű, félvezető anyagból készült, vékony napelemet.

A.2. A Wien-közelítést felhasználva fejezzük ki a napelem felületére beeső napsugárzás teljes P_{be} teljesítményét az A , $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal! (0,3 pont)

A.3. Fejezzük ki az egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a napelem felületére beeső fotonok $n_\gamma(f)$ számát az A , $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$, f paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal! (0,2 pont)

A félvezető anyag, amiből a napelem készült, E_g szélességű tiltott sávval rendelkezik.³ Alkalmazzuk a következő modellt. Minden, $E \geq E_g$ energiájú foton egy elektront gerjeszt a tiltott sáv fölé. Ez az elektron E_g energiával járul hozzá a hasznos kimenő energiához, az esetleges többletenergija hő formájában disszipálódik (nem hasznosul).

A.4. Legyen $x_g = hf_g/k_B T_\odot$, ahol $E_g = hf_g$. Fejezzük ki a napelem P_{ki} hasznos kimenő teljesítményét az x_g , A , $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal! (1,0 pont)

A.5. Fejezzük ki a napelem η hatásfokát x_g segítségével! (0,2 pont)

A.6. Ábrázoljuk vázlatosan η -t az x_g függvényében! Az $x_g = 0$ és az $x_g \rightarrow \infty$ esetén érvényes értékeket is tüntessük fel. Mekkora az $\eta(x_g)$ függvény meredeksége $x_{g=0}$ és $x_g \rightarrow \infty$ esetén? (1,0 pont)

A.7. Jelöljük x_0 -al x_g azon értékét, ahol η maximális. Írjuk fel azt a harmadfokú egyenletet, amiből x_0 meghatározható! Adjunk becslést x_0 értékére $\pm 0,25$ pontossággal! Ezt felhasználva számoljuk ki $\eta(x_0)$ értéket! (1,0 pont)

A.8. Tiszta szilícium esetén $E_g = 1,11$ eV. Ezt az adatot felhasználva, számoljuk ki a szilíciumból készült napelem η_{Si} hatásfokát! (0,2 pont)

A 19. század végén Kelvin és Helmholtz (KH) egy hipotézissel álltak elő a Nap sugárzásának magyarázatára. Feltételezték, hogy a Nap kezdetben egy óriási, elhanyagolható sűrűségű, $M_\odot$ tömegű porfelhő volt, amely folyamatosan húzódtott össze. A Nap sugárzása – feltevésük szerint – származhat a lassú zsugorodás során felszabaduló gravitációs potenciális energiából.

A.9. Tegyük fel, hogy a Nap egyenletes tömegeloszlású. Adjuk meg a Nap jelenlegi Ω gravitációs potenciális energiáját a G gravitációs állandó, $M_\odot$ és $R_\odot$ segítségével! (0,3 pont)

A.10. A KH-hipotézis alapján becsüljük meg azt a legnagyobb lehetséges τ_{KH} időt (években megadva), ameddig a Nap ragyogni tudna! Tételezzük fel, hogy ezen idő alatt a Nap luminozitása állandó. (0,5 pont)

A fenti módon kiszámolt τ_{KH} idő nem egyeztethető össze a Naprendszer – meteoritok tanulmányozásával kapható – becsült életkorával. Ez azt mutatja, hogy a Nap energiaforrása nem lehet tisztán gravitációs eredetű.

B rész. A Napból jövő neutrínók

1938-ban Hans Bethe azt állította, hogy a Nap energiája a benne levő hidrogén héliummá történő magfúziójából származik. A nettó magreakció:



¹ A hivatalos megoldást és a mérési feladatokat a KöMaL novemberi számában ismertetjük.

A feladatok kidolgozására 5 óra állt rendelkezésre. A három elméleti feladatra összesen 30 pontot lehetett kapni. A részfeladatok után közölt pontszámok az egyes kérdések nehézségi fokára utalnak.

² c a fénysebességet, h a Planck-állandót, k_B pedig a Boltzmann-állandót jelöli. Ezek (és még más fizikai állandók) számértékét egy külön táblázatban megkapták a versenyzők.

³ A „g” index az angol *gap* (rés) szóra, vagyis a tiltott sáv szélességére utal.

A reakcióban keletkező ν_e „elektronneutrínók” tömege zérusnak vehető. Ezek a részecskék a Napból kiszabadulnak, és a Földön történő detektálásuk alátámasztja a magreakciók lezajlását a Nap belsejében. A neutrínók által elszállított energia elhanyagolható ebben a feladatban.

B.1. Számítsuk ki a Földet elérő neutrínók számának Φ_ν fluxussűrűségét $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ egységben! A fenti reakcióban $\Delta E = 4,0 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ energia szabadul fel. Tételezzük fel, hogy a Nap által kisugárzott energia teljes mértékben ebből a reakcióból származik! (0,6 pont)

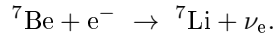
A Nap magjából a Földig tartó útjuk során a ν_e elektronneutrínók egy része más típusú, ν_x neutrínókká alakul át.⁴ A detektor a ν_x neutrínókat $\frac{1}{6}$ akkora hatásokkal érzékeli, mint amekkora hatásokkal a ν_e neutrínókat. Ha nem volna neutrínóátalakulás, akkor egy év alatt átlagosan N_1 számú neutrínó detektálását várnánk. Azonban az átalakulás miatt a valóságban egy év alatt átlagosan N_2 számú neutrínót (ν_e -t és ν_x -t együttesen) detektálnak.

B.2. Határozzuk meg N_1 és N_2 segítségével, hogy a ν_e neutrínók mekkora r hányada alakul át ν_x neutrínóvá! (0,4 pont)

Ahhoz, hogy a neutrínókat észlelni tudjuk, nagy, vízzel töltött detektorokat építünk. Habár a neutrínók anyaggal való kölcsönhatása meglehetősen ritka, olykor elektronokat löknek ki a detektorbeli vízmolekulákból. Ezek a nagyenergiájú elektronok nagy sebességgel hatolnak át a vízen, mely folyamat során elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Amíg egy ilyen elektron sebessége nagyobb, mint a fény sebessége az n törésmutatójú vízben, a sugárzás (ún. Cserenkov-sugárzás) kúp alakban bocsátódik ki.

B.3. Tételezzük fel, hogy a neutrínó által kilökött elektron a vízben való haladása során állandó ütemben, időegységenként α energiát veszít. Határozzuk meg a neutrínó által az elektronnak átadott energiát ($E_{\text{átadott}}$) α , Δt , n , m_e és c segítségével, ha az elektron Δt ideig bocsát ki Cserenkov-sugárzást! (Tételezzük fel, hogy az elektron a neutrínóval való kölcsönhatása előtt nyugalomban volt.) (2,0 pont)

A Nap belsejében a hidrogén héliummá történő fúziója több lépésben történik. Az egyik ilyen lépés során ${}^7\text{Be}$ atommag (nyugalmi tömege m_{Be}) keletkezik. Ezután ez az atommag egy elektront nyelhet el, melynek folyamán egy ${}^7\text{Li}$ atommag (nyugalmi tömege $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) és egy ν_e neutrínó keletkezik. A megfelelő magreakció:



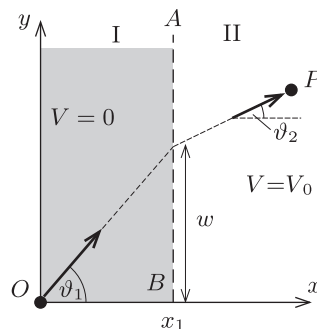
Ha egy nyugalomban levő Be atommag ($m_{\text{Be}} = 11,5 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) elnyel egy ugyancsak nyugvó elektront, a keletkező neutrínó energiája $E_\nu = 1,44 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Azonban a Be atommagok véletlenszerű termikus mozgást végeznek a Nap magjában lévő T_c hőmérséklet miatt, és mozgó neutrínóforrásként viselkednek. Emiatt a kibocsátott neutrínók energiája ΔE_{rms} négyzetes középértékkel fluktuál.

B.4. Ha $\Delta E_{\text{rms}} = 5,54 \cdot 10^{-17} \text{ J}$, számoljuk ki a Be magok V_{Be} sebességének négyzetes középértékét, majd ezzel adjunk becslést T_c -re! (Útmutatás: ΔE_{rms} a megfigyelés irányába mutató sebességkomponens négyzetes középértékétől függ.) (2,0 pont)

2. feladat. A szélsőértékelv (összesen 10 pont).

A rész. Szélsőértékelv a mechanikában

Tekintsünk egy vízszintes, súrlódásmentes x - y síkot (1. ábra). A síkot az $x = x_1$ egyenlettel megadott AB egyenes két, I és II jelű tartományra osztja. Egy m tömegű, pontszerű test helyzeti energiája az I-es tartományban $V = 0$, míg a II-es tartományban $V = V_0$. A részecskét az O origóból v_1 sebességgel indítjuk el egy, az x tengellyel ϑ_1 szöget bezáró egyenes mentén. A II-es tartományban lévő P pontot v_2 sebességgel éri el egy, az x tengellyel ϑ_2 szöget bezáró egyenes mentén.



1. ábra

A gravitációt és a relativisztikus hatásokat a feladat minden részében elhanyagolhatjuk.

A.1. Fejezzük ki v_2 -t az m , v_1 és V_0 mennyiségek segítségével! (0,2 pont)

A.2. Adjuk meg v_2 -t v_1 , ϑ_1 és ϑ_2 segítségével! (0,3 pont)

⁴Ezen jelenség, az ún. neutrínóoszilláció kísérleti igazolásáért Kadzsiita Takaaki japán és Arthur B. McDonald kanadai tudósok nyerték oda a 2015. évi fizikai Nobel-díjat (– a szerk.).

Definiálunk egy (hatásnak nevezett) $A = m \int v(s) ds$ mennyiséget, ahol ds a $v(s)$ sebességgel mozgó m tömegű részecske „infinitesimalisan kicsi” elmozdulása a pályája mentén. Az integrálást a pályagörbe mentén kell elvégezni.

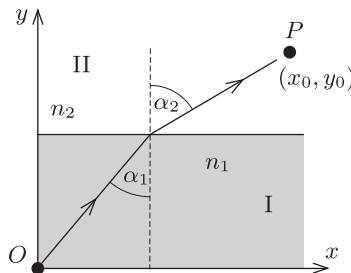
Példaként, ha egy részecske állandó v sebességgel mozog egy R sugarú körpályán, akkor az A hatás 1 fordulat alatt $2\pi m R v$ lesz.

Ha a részecske E energiája állandó, akkor megmutatható, hogy két rögzített végpont között az összes lehetséges pálya közül a részecske ténylegesen azon a pályán fog mozogni, amelyen kiszámítva az A hatásnak szélsőértéke (minimuma vagy maximuma) van. Történeti okokból ezt a szélsőértékelvet a *legkisebb hatás elvének* (LHE) nevezik.

A.3. A LHE-ből következik, hogy ha egy részecske olyan tartományban mozog, ahol a helyzeti energia állandó, a pályája a két rögzített pont közötti egyenes szakasz lesz. Legyenek az 1. ábrán látható O és P rögzített pontok koordinátái $(0,0)$, illetve (x_0, y_0) , továbbá annak a határpontnak a koordinátái, ahol a részecske az I-es tartományból átmegy a II-esbe, legyenek (x_1, w) . Fontos, hogy x_1 értéke rögzített, és a hatás csak a w koordináta függvénye. Adjuk meg az $A(w)$ hatásfüggvény alakját! Az LHE alapján keressünk kapcsolatot a v_1/v_2 hányados és a fenti koordináták között! (1,0 pont)

B rész. Szélsőértékelv az optikában

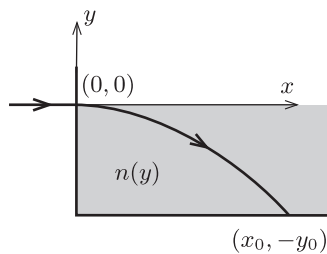
Egy fénysugár az n_1 törésmutatójú I-es közegből az n_2 törésmutatójú II-es közegbe lép át. A két közeg egy x tengellyel párhuzamos egyenes választja el. A fénysugár az y tengellyel az I-es közegben α_1 , a II-es közegben α_2 szöget zár be (2. ábra). A fénysugár útját egy másik szélsőértékelv, a legkisebb idő elvét megfogalmazó *Fermat-elv* segítségével kapjuk meg.



2. ábra

B.1. Az elv azt mondja ki, hogy két rögzített pont között a fénysugár olyan pályán halad, amelyen a két pont közötti út megtételéhez szükséges időnek szélsőértéke van. Vezessük le a $\sin \alpha_1$ és $\sin \alpha_2$ közötti összefüggést a Fermat-elv alapján! (0,5 pont)

A 3. ábrán (vázlatosan) egy olyan lézersugár menete látható, amely vízszintesen lép be egy cukoroldatba. Az oldatban a cukorkoncentráció – és ennek következtében a törésmutató is – csökken a magassággal.



3. ábra

B.2. Tegyük fel, hogy a törésmutató csak y koordinátától függ, $n = n(y)$. A B.1. részben kapott összefüggés segítségével fejezzük ki a fénysugár pályájának dy/dx meredekségét az n_0 és $n(y)$ törésmutatók függvényében, ahol n_0 a törésmutató értéke az $y = 0$ helyen! (1,5 pont)

B.3. A lézersugár a $(0,0)$ origóban vízszintesen lép be a cukoroldatba az edény aljához viszonyítva y_0 magasságban, ahogy az a 3. ábrán látszik. Legyen $n(y) = n_0 - ky$, ahol n_0 és k pozitív állandók. Fejezzük ki x -et y és a lézersugár pályáját meghatározó többi mennyiség függvényében! (1,2 pont)

Felhasználható, hogy:

$$\int \frac{1}{\cos \vartheta} d\vartheta = \ln \left(\frac{1}{\cos \vartheta} + \operatorname{tg} \vartheta \right) + \text{állandó}, \quad \text{vagy}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \text{állandó}.$$

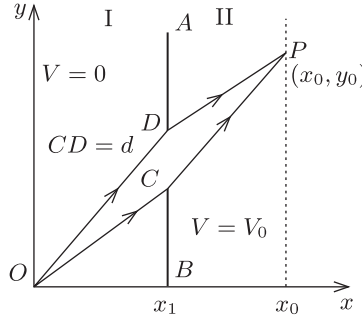
B.4. Határozzuk meg azt az x_0 értéket, ahol a fénysugár eléri az edény alját! Legyen: $y_0 = 10,0$ cm; $n_0 = 1,50$; $k = 0,050$ cm⁻¹. (0,8 pont)

C rész. A szélsőértékelv és az anyag hullámtermészete

Most a legkisebb hatás elve (LHE) és a mozgó részecske hullámtermészetének kapcsolatát fogjuk tanulmányozni. Ehhez azt feltételezzük, hogy az O -ból P -be haladó részecske minden lehetséges pályát befut, és mi azt a pályát keressük meg, amelyen az interferáló de Broglie-hullámok erősítik egymást.

C.1. A részecske egy infinitezimális kicsi Δs távolsággal elmozdul a pályáján. Fejezzük ki a de Broglie-hullám $\Delta\varphi$ fázisváltozását a hatás ΔA megváltozásával és a Planck-állandóval! (0,6 pont)

C.2. Tekintsük újra az A részben szereplő feladatot, ahol a részecske O -ból P -be mozog (4. ábra). Tegyük egy átlátszatlan lemezt a két tartomány közti AB határvonalra. Ezen egy kicsiny, d szélességű CD nyílás van, melyre teljesül, hogy $d \ll (x_0 - x_1)$ és $d \ll x_1$.

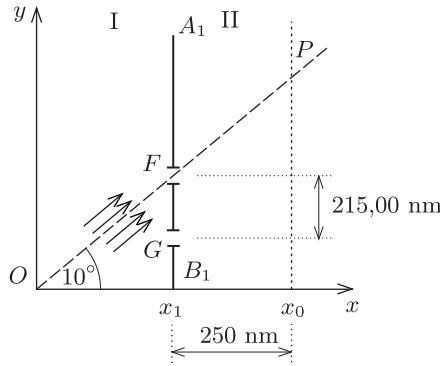


4. ábra

Vegyük fel az OCP és ODP szélső pályákat, úgy, hogy OCP az A részben tárgyalt klasszikus pályán legyen. Határozzuk meg első rendben a két pálya közötti $\Delta\varphi_{CD}$ fáziskülönbséget! (1,2 pont)

D rész. Anyaghullámok interferenciája

Tekintsünk egy elektronágyút O -ban, amely egy párhuzamosított elektronnyalábot bocsát ki a keskeny F rés irányába. A rés az $x = x_1$ helyen lévő A_1B_1 átlátszatlan elválasztófalon úgy helyezkedik el, hogy az ernyőn lévő P pont, valamint O és F egy egyenesen legyen (5. ábra). A sebesség az I-es tartományban $v_1 = 2,0000 \cdot 10^7$ m/s, és $\vartheta = 10,0000^\circ$. A II-es tartományban olyan a potenciál, hogy a sebesség $v_2 = 1,0000 \cdot 10^7$ m/s. Az $x_0 - x_1$ távolság 250,00 mm. (Az elektronok közötti kölcsönhatást hanyagoljuk el.)



5. ábra

D.1. Számítsuk ki az elektronágyú U_1 gyorsítófeszültségét, ha O -ban az elektronokat nyugalmi helyzetből gyorsítjuk fel! (0,3 pont)

D.2. Az A_1B_1 elválasztófalon az F rés alatt, attól 215,00 nm távolságra egy másik (G jelű) keskeny rést is létrehozunk. Az F és G réseken át a P pontba érkező de Broglie-hullámok fáziskülönbsége $2\pi\beta$. Számítsuk ki β értékét! (0,8 pont)

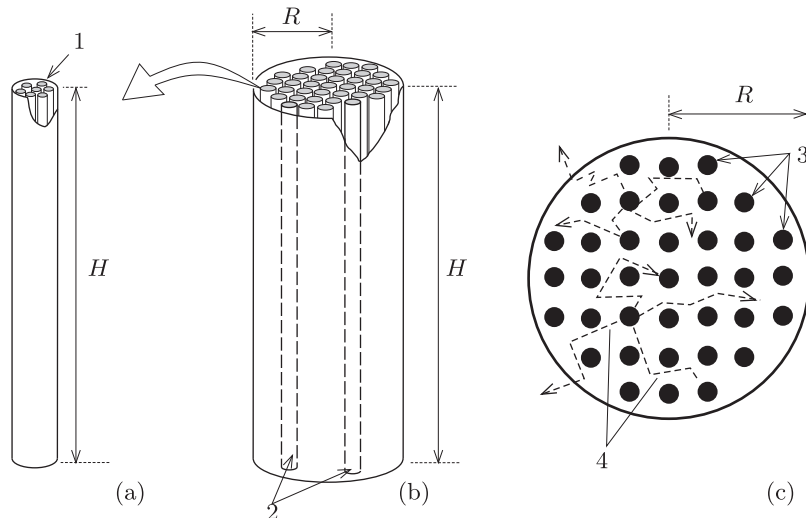
D.3. Mekkora az a P -től mért legkisebb Δy távolság, ahol nem várható elektron becsapódása az ernyőn? (1,2 pont) Figyelem! Hasznos lehet a $\sin(\vartheta + \Delta\vartheta) \approx \sin \vartheta + \Delta\vartheta \cos \vartheta$ közelítés.

D.4. A sugár négyzetes keresztmetszete $500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm}$, és a mérési összeállítás hossza 2 m. Mekkora az a minimális $I_{\min}$ fluxussűrűség (elektron darabszám/egységnyi merőleges felület/egységnyi idő), amely esetében egy adott időpillanatban átlagosan legalább 1 elektron található a mérési összeállításban? (0,4 pont)

3. feladat. Nukleáris reaktor tervezése (összesen 10 pont).

Az urán a természetben UO_2 formájában fordul elő, és az uránatomoknak csupán 0,720%-a ^{235}U . Neutron hatására az ^{235}U könnyen elhasad, melynek során 2-3 nagy mozgási energiájú hasadványneutron is kibocsátódik. Ennek a hasadásnak a valószínűsége megnő, ha a hasadást kiváltó neutronok mozgási energiája kicsi. Tehát a hasadványneutronok mozgási energiájának csökkentésével az ^{235}U magok hasadási láncreakciója idézhető elő. Ez képezi az energiatermelő nukleáris reaktor (NR) elvét.

Egy tipikus NR egy H magasságú, R sugarú hengeres tartályból áll, ami az ún. moderátoranyaggal van feltöltve. Ebben tengelyirányban hengeres csövek, az ún. üzemanyag-kazetták helyezkednek el négyzetrácsba rendezve, melyek belsejében H magasságú, szilárd állapotban lévő, természetes UO_2 üzemanyagrudak találhatók. A kazettából kilépő hasadványneutronok ütköznek a moderátorral, így energiát veszítenek, hogy aztán a környező kazettákat a hasítás-hoz szükséges kicsi energiával éri el. A 6. ábrán csak a feladat szempontjából releváns alkatrészek láthatók (pl. a szabályozórudak és a hűtőközeg nem). A hasadás miatt az üzemanyagrudakban fejlődő hő a hosszirányban áramló hűtőközegnek adódik át. Ebben a feladatban az üzemanyagrudakban (A rész), a moderátorban (B rész) és a hengeres geometriájú NR-ben (C rész) zajló fizikai folyamatokat tanulmányozzuk.



6. ábra. A nukleáris reaktor (NR) vázlatos rajza.

(a) Egy üzemanyag-kazetta nagyított képe (1 – üzemanyagrúd).

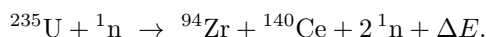
(b) Az NR képe (2 – üzemanyag-kazetta).

(c) NR felülnézetben (3 – az üzemanyag-kazetták négyzetrácsba rendezve; 4 – tipikus neutronpályák).

A rész. Az üzemanyagrúd

UO_2 adatai: móltömege $M = 0,271 \text{ kg mol}^{-1}$; sűrűsége $\varrho = 1,060 \text{ kg m}^{-3}$; olvadáspontja $T_{\text{olv}} = 3,138 \cdot 10^3 \text{ K}$; hővezetési tényezője $\lambda = 3,280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

A.1. Tekintsük a következő hasadási reakciót, melyben egy álló ^{235}U elnyel egy elhanyagolható mozgási energiájú neutron:



Becsüljük meg a hasadás során felszabaduló teljes ΔE energiát MeV-ben! Az atommagtömegek: $m(^{235}\text{U}) = 235,044 \text{ u}$; $m(^{94}\text{Zr}) = 93,9063 \text{ u}$; $m(^{140}\text{Ce}) = 139,905 \text{ u}$; $m(^1_0\text{n}) = 1,00867 \text{ u}$ és $1 \text{ u} = 931,502 \text{ MeV c}^{-2}$. A töltés megmaradásával ne foglalkozunk. (0,8 pont)

A.2. Adjunk becslést a természetes UO_2 -ban lévő ^{235}U atomok térfogategységre eső N számára! (0,5 pont)

A.3. Tegyük fel, hogy a neutronfluxus-sűrűség az üzemanyagban homogén, nagysága $\varphi = 2,000 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Egy ^{235}U atommag hasadási hatáskeresztmetszete (a céltárgy atommag effektív keresztmetszete) $\sigma_f = 5,400 \cdot 10^{-26} \text{ m}^2$. Határozzuk meg az üzemanyagrúdban térfogategységenként fejlődő hő Q keletkezési ütemét (W m^{-3} -ben), ha a hasadásból származó energia 80,00%-a alakul hővé! $1 \text{ MeV} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. (1,2 pont)

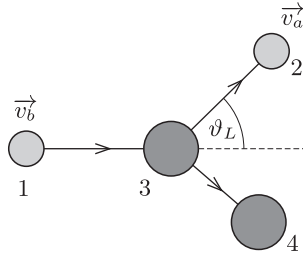
A.4. Az üzemanyagrúd közepének (T_c) és felületének (T_s) hőmérséklete közötti különbség állandósult állapotban $T_c - T_s = kF(Q, a, \lambda)$ alakban írható fel, ahol $k = \frac{1}{4}$ egy dimenziótlan állandó, a pedig az üzemanyagrúd sugara. Határozzuk meg $F(Q, a, \lambda)$ -t dimenzióanalízissel! Itt λ az UO_2 hővezetési tényezője. (0,5 pont)

A.5. A hűtőközeg kívánt hőmérséklete $5,770 \cdot 10^2 \text{ K}$. Adjunk becslést meg az üzemanyagrúd a sugarának a_u felső határára! (1,0 pont)

B rész. A moderátor

Tekintsünk egy kétdimenziós rugalmas ütközést egy 1 u tömegű neutron és egy $A \cdot u$ tömegű moderátoratom között. Az ütközés előtt mindegyik moderátoratomot tekintünk nyugvónak a laboratóriumi vonatkoztatási rendszerben (LR). Jelölje $\vec{v}_b$ és $\vec{v}_a$ a neutron sebességvektorát rendre az ütközés előtt (before) és után (after) az LR-ben. Legyen $\vec{v}_m$ a tömegközépponti (TKP) vonatkoztatási rendszer sebességvektora az LR-hez képest, ϑ pedig a neutron szóródási szöge a TKP rendszerben. Az ütközésekben résztvevő összes részecske nemrelativisztikus sebességgel mozog.

B.1. A 7. ábrán látható az ütközés vázlata az LR-ben, ahol ϑ_L a szóródási szög. Vázzuk fel az ütközést a TKP rendszerben!



7. ábra. Az ütközés a laboratóriumi rendszerben.

1 – a neutron az ütközés előtt; 2 – a neutron az ütközés után;
3 – moderátoratom ütközés előtt; 4 – moderátoratom ütközés után

Tüntessük fel a részecskék sebességvektorát az 1-es, 2-es és 3-as állapotokban $\vec{v}_b$, $\vec{v}_a$ és $\vec{v}_m$ segítségével! Jelöljük be a ϑ szóródási szöget is! (1,0 pont)

B.2. Adjuk meg a neutron v , illetve a moderátoratom V ütközés utáni sebességét a TKP rendszerben A és v_b segítségével! (1,0 pont)

B.3. Fejezzük ki a $G(\alpha, \vartheta) = E_a/E_b$ mennyiséget, ahol E_b és E_a a neutron LR-beli mozgási energiája rendre az ütközés előtt és után, valamint

$$\alpha \equiv \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2! \quad (1,0 \text{ pont})$$

B.4. Tegyük fel, hogy az előző kifejezés érvényes D_2O molekulára is. Számítsuk ki a neutron lehetséges legnagyobb relatív energiavesztését, az $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$ mennyiséget, D_2O (20 u) moderátor esetén. (0,5 pont)

C rész. A nukleáris reaktor

Ahhoz, hogy az NR-t állandó ψ neutronfluxussal működtessük (állandósult állapot), az elszökő neutronokat a reaktorban keletkező többletneutronoknak pótolniuk kell. Egy hengeres geometriájú reaktornál a neutronok szökési üteme $k_1[(2,405/R)^2 + (\pi/H)^2]\psi$, a többletneutronok keletkezési üteme pedig $k_2\psi$. A k_1 és k_2 állandók az NR anyagi tulajdonságaitól függenek.

C.1. Tekintsünk egy NR-t, melyre $k_1 = 1,021 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ és $k_2 = 8,787 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. Figyelembe véve, hogy adott térfogat mellett szeretnénk minimalizálni a szökési ütemet a hatékony üzemelés érdekében, határozzuk meg az NR méreteit állandósult állapotban! (1,5 pont)

C.2. Az üzemanyag-kazetták négyzetrácsba vannak rendezve (6/c. ábra), a legközelebbi szomszédok közötti távolság 0,286 m. Az üzemanyag-kazetták effektív sugara (mintha tömörek lennének) $3,617 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Becsüljük meg az üzemanyag-kazetták F_n számát a reaktorban, valamint az NR állandósult állapotban történő üzemeltetéséhez szükséges UO_2 anyag M tömegét! (1,0 pont)