

Emelt szintű gyakorló feladatsor

I. rész

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

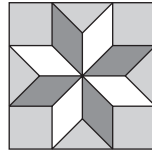
$$\frac{2x^2 - 1961x + 4000}{x^2 - 2011x + 2010} - \frac{x^2 + 51x - 20}{(x - 2010)(x - 1)} = 0.$$

10pt

(11 pont)

2. Nagymama konyháját az *ábrán* látható négyzet alakú járólapokkal burkolták. A lap belsejében a mintát alkotó szakaszok mindegyike 5,8 cm hosszú. A nyolc egybevágó rombuszból négy fehér, négy piros, a lap többi része szürke.

- a) Adjuk meg egy járólap méretét milliméterre kerekítve.



- b) A járólap területének hány százaléka piros, és hány százaléka szürke?

- c) Egy járólapot a középpontján át, két fehér rombusz átlója mentén kettévágunk. Milyen hosszú a vágás? (13 pont)

3. Határozzuk meg azt a pozitív egész x értéket, amelyre a következő összeg egészekre kerekítve 2540 lesz.

$$\log_x \left(5 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \log_x \left(5^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) + \log_x \left(5^3 \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \right) + \dots + \log_x \left(5^{99} \cdot \sqrt{\frac{99}{100}} \right).$$

4. Adjuk meg a következő hozzárendeléssel adott függvények legbővebb értelmezési tartományát és a hozzárendelés értékészletét, ha mindkét halmaz csak egész számokból áll:

$$a) \quad f(x) = \sqrt{\frac{5-x}{x+7}}; \quad b) \quad g(x) = \left| \frac{5-x}{x+7} \right|.$$

(14 pont)

II. rész

5. Az $f(x)$ egy másodfokú függvény, a $g(x)$ pedig egy lineáris törtfüggvény. Tudjuk, hogy $f(0) = g(0) = 0$, $f(1) = g(1) = -1$, $f(3) = 3$, a $g(3)$ pedig nem értelmezhető.

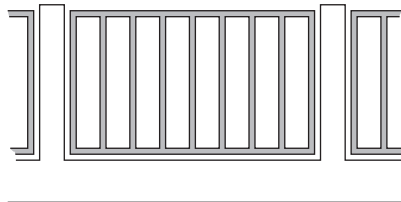
- a) Határozzuk meg az $f(44)$ értékét.

- b) Határozzuk meg a $g(9)$ értékét.

- c) Hány megoldása lehet az $f(x) = g(x)$ egyenletnek? Adjuk meg a gyököket.

(16 pont)

6. Az *ábrán* látható szürkére festett vaskerítés nyolc egymás melletti résén szeretnénk átdobni egy kislabdát. A kerítés 4 cm széles vasrudakból készült. Egy kerítéselem szélessége 164 cm, magassága 78 cm, a labda átmérője 8 cm. Dobásunk véletlenszerűnek tekinthető, de a kerítéselem téglalapját biztosan eltaláljuk (a labda középpontjával).



- a) Mekkora valószínűséggel tudjuk átdobni a labdát a kerítés résein úgy, hogy az ne érintkezzen a kerítéssel?

- b) Mekkora labda esetén lesz ez a valószínűség 0,5?

(16 pont)

7. Adott a koordinátarendszerben az $S(-1;3)$ és az $L(9;3)$ pont.

a) Adjuk meg azokat a Z pontokat koordinátáikkal, amelyekre az SZL háromszög derékszögű és a területe 20.

b) Adjuk meg azoknak a $Z(x; y)$ pontoknak a halmazát, amelyekre $SZ^2 + LZ^2 = 68$. (16 pont)

8. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x} + \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x} + \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2}}.$$

(16 pont)

9. Az $A(1;0)$, $B(1;6)$, $C(6;1)$, $D(6;0)$ pontok által meghatározott négyszög BC oldalát először helyettesítsük a $K(6;6)$ középpontú és $r = 5$ sugarú kör B és C közötti rövidebb ívével, másodszor pedig az $f(x) = \frac{6}{x}$ hozzárendeléssel adott függvény grafikonjának a B és C közötti darabjával.

a) Határozzuk meg mindkét esetben az $ABCD$ síkidom területét. Melyik a nagyobb?

b) Adjuk meg a B és C pontokat összekötő két görbe vonal közös pontjainak koordinátáit. (16 pont)