

Emelt szintű gyakorló feladatsor

I. rész

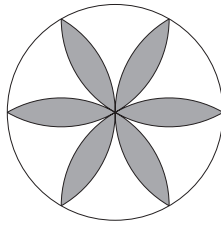
1. A királyfi Csipkerózsikához sietett a toronyba. Először egyesével, majd kettesével, végül már hármassával vette a lépcsőfokokat a 232 fokos csigalépcsőn. Ha az elején lépett volna hármassával, majd kettesével, végül egyesével rendre ugyanennyit, akkor egy 276 fokos lépcsősor tetejére is feljuthatott volna.

a) Mennyit lépett a királyfi, míg felért a lépcső tetejére?

b) Hány lépcsőt lépett egyesével, ha kettesével másfélszer annyit lépett, mint hármassával? (10 pont)

2. Három kétjegyű prímszám egy számtani sorozat három egymást követő tagja. Az összegük olyan háromjegyű szám, melyben a számjegyek egy növekvő számtani sorozat három egymást követő tagját adják. A számjegyek közötti különbségnek a másfélszerese a prímszámok közötti különbség. Melyik ez a három prímszám? (13 pont)

3. Bori a körzőjével hatszirmú virágot szerkesztett az ábrán látható módon, majd kiszínezte.



a) Mekkora nyitotta a körzőjét Bori, ha a hatszirmú virág határvonalának hossza 18π cm-ben?

b) A kör területének hány százalékát színezte ki? (14 pont)

4. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\log_5(x-2) + \log_{25}(4x^3 + 29x^2 + 16x) = \log_5(x^3 - 8). \quad (14 \text{ pont})$$

II. rész

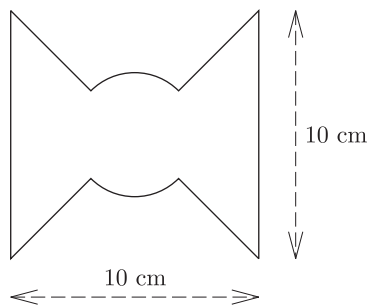
5. Adott a síkon 2011 egyenes, melyek között nincsenek párhuzamosok, továbbá 1011 egyenes átmegy a sík P pontján. A P -n kívül a sík egyetlen pontjára sem illeszkedik kettőnél több egyenes.

a) Hány metszéspontja van a 2011 egyenesnek?

b) Mekkora valószínűséggel van 3 véletlenszerűen választott egyenesnek közös pontja?

c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy 3 véletlenszerűen választott egyenes egy háromszög három oldalegyenese?

d) Az egyenesek közül kiválasztunk ötöt. Az általuk meghatározott tartományokat kiszínezzük a lehető legkevesebb színnel úgy, hogy az élben szomszédos részek ne legyenek azonos színűek. Hány színre lesz szükségünk? (16 pont)



6. Egy esztergályos megrendelést kapott forgásszimmetrikus díszítőelemek készítésére. A megrendelő az ábrán látható tengelymetszetet adta le, de elfelejtette bejelölni a forgástengelyt.

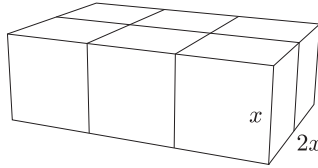
A díszítőelemeket olyan hengerből kell elkészíteni, amelyek átmérője és magassága is 10 cm, a kész elem közepén látható gömb átmérője pedig 5 cm. Az esztergályos mindkét lehetséges változatból elkészített egy-egy mintapéldányt. Hány százalék a hulladék az egyes esetekben? (16 pont)

7. Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-7; -2)$, $B(11; -2)$, $C(-1; 10)$.

a) Adjuk meg a háromszög mindhárom csúcsától egyenlő távolságra található K pont koordinátáit.

b) Adjuk meg a háromszög M magasságpontjának koordinátáit.

c) Igazoljuk számítással, hogy az ABC háromszögben az S súlypont harmadolja az MK szakaszt. (16 pont)



8. Anna ajándékba olyan 56 dm^3 térfogatú csomagot kapott, melynek csomagolásához (az *ábrán* látható módon) a lehető legkevesebb zsineget használták. Mekkora a téglatest alakú doboz éleinek hossza, ha az egyik alapélének hossza egyenlő a magasság kétszeresével az *ábra* szerint? (16 pont)

9. Az azonos tengerszint feletti magasságban fekvő Hencida és Boncida között a távolság 5 km. Hencidából egy közeli hegy csúcsa 30° -os, Boncidából pedig 11° -os szögben látszik. Hencidából a hegy csúcsát és Boncidát összekötő szakasz látószöge 120° -os.

a) Mennyivel van magasabban a hegy csúcsa a két város szintjéhez képest?

b) A két várost összekötő egyenes út felénél felröppen egy madár. Röppályájának minden pontja egyenlő távolságra van a két várostól. Mennyire közelítheti meg röpülés közben a hegy csúcsát? (16 pont)

Gedeon Veronika

Budapest