

Emelt szintű gyakorló feladatsor

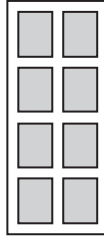
Számadó László

I. rész

1. Egy r sugarú körbe írt ABC háromszögben $AB = r$ és $AC = r\sqrt{3}$. Mekkora a BC oldal? (11 pont)

2. Egy 90 cm széles és 210 cm magas, kazettás ajtó vázlatát mutatja az *ábra*.

A nyolc egyforma téglalap alakú kazetta pontosan az ajtó lapjának a felét teszi ki. A kazetták közötti és melletti sávok szélessége mindenütt ugyanannyi. Mekkora ez a szélesség? (13 pont)



3. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$(x - 5 - 2\sqrt{x - 2})(x - 10 - 4\sqrt{x - 5}) = 0. \quad (13 \text{ pont})$$

4. Adott az $f:]-3; 5[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ||(x - 1)^2 - 1| - 3| - 5$ függvény.

a) Adjuk meg a függvény zérushelyeit.

b) Adjuk meg azon rácspontok koordinátáját, amelyek illeszkednek a függvény grafikonjára.

c) Mely intervallumokon szigorúan monoton csökkenő a függvény? (14 pont)

II. rész

5. Az a , b és c pozitív számjegyekről a következőket tudjuk: $a + b + c = \overline{ab}$ és $a^2 + b^2 + c^2 = \overline{b^2a}$ (ahol \overline{ab} és $\overline{b^2a}$ is egy-egy kétjegyű szám). Adjuk meg ezeket a számjegyeket. (16 pont)

6. Az $ABCD$ szabályos tetraédert egy síkkal elmetsszük. A metszősík három, egy csúcsból induló élt metsz a közös csúcstól számítva $1 : 1$, $2 : 1$ és $3 : 1$ arányban. Határozzuk meg a lemetszett tetraéder és az eredeti tetraéder felszínarányát. (16 pont)

7 Oldjuk meg a valós számok halmazán a

$$\sin^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

egyenletet. (16 pont)

8. Tekintsük az $y = (p - 1)x^2 + 2x - (p + 1)$ egyenletű parabolákat, ahol p valós paraméter és $p \neq 1$.

a) Melyek ezek közül azok a parabolák, amelyek az x tengelyt két, egész koordinátájú pontban metszik, vagy egy egész koordinátájú pontban érintik?

b) Írjuk fel $p = 2$ paraméter esetén a parabola 4 abszcisszájú pontján átmenő érintő egyenletét.

c) Határozzuk meg a $p = 3$ paraméter esetén az $[1; 3]$ intervallumon a parabola alatti terület nagyságát. (16 pont)

9. Három különböző egyenes körkúpról tudjuk, hogy az alapkörök sugara és a kúpok alkotói rendre egy-egy azonos differenciájú számtani sorozat három egymást követő elemét adják. Mutassuk meg, hogy a kúpok felszíne nem lehet egy számtani sorozat három egymást követő eleme. (16 pont)