

Emelt szintű gyakorló feladatsor

I. rész

1. A gyógyszerárakban a meghűlésre kapható, forró vízben feloldható port egyforma kis zacskókban hatosával és tízesével kartondobozokban árusítják. A hatos dobozok ára 1130 Ft, a tízeseké 1640 Ft. Mivel a dobozok anyagköltsége csak minimálisan tér el, ezért azt feltételezzük, hogy ezek ára a méretüktől függetlenül ugyanannyi, és a port tartalmazó zacskók árát is azonosnak gondoljuk. Mennyibe kerülne ekkor egy tizennégyes kiszerezésű doboz? (11 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\lg(1-x) \cdot \sqrt{x^2-3x-28} \cdot \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = 0. \quad (13 \text{ pont})$$

3. Bettina megvásárolta a legújabb mozaik púdert. A mellékelt kép mutatja a 4 cm-es sugarú henger alakú tégltyt felülnézetben.

a) A minta közepén látható ötszög szabályos, és az ezekhez kapcsolódó ötszögekkel ismét egy nagyobb szabályos ötszög alakul ki. Hogyan aránylna egymáshoz ennek a két szabályos ötszögnek az oldala, ha a tégltyben látható 16 síkidom területe egyenlő nagyságú lenne?

b) Adjuk meg az előző feltételek teljesülése mellett a közepén látható kis, szabályos ötszög oldalának hosszát milliméter pontossággal. (13 pont)



4. Oldjuk meg a

$$2 \sin^2 2x - 2 \cos^2 x = 1$$

egyenletet.

(14 pont)

II. rész

5. Az $y = x^2 - 4x + 8$ egyenletű parabolához a 0 és a 4 abszcisszájú pontjában is érintőt húzunk.

a) Mekkora a két érintő hajlásszöge?

b) Mekkora a két érintő és a parabola által meghatározott síkidom területe? (16 pont)

6. Egy szivattyú óránként $4,8 \text{ m}^3$ vizet tud kiemelni a kútból. A vizet henger alakú medencébe eresztik, melynek teteje 154 m^2 -es körlap. Ez a körlap fedi a medence 12 cm-es vastagságú oldalfalát is.

a) Hány centimétert emelkedik 2,5 óra alatt a víz a medencében?

b) A 15 perc alatt kiemelt vízmennyiséget 25 literes és 60 literes edényekbe töltik. Melyik edényből hány darab lehetett, ha pontosan megteltek ezzel a vízmennyiséggel? (16 pont)

7. Egy téglalap alakú telek két szomszédos oldalán az egyik csúcstól 10 méterre, illetve 24 méterre kijelölünk egy-egy pontot. A pontokat összekötő vonallal levágott derékszögű háromszögbe szeretnénk egy medencét építeni. Az egyik terv szerint a legnagyobb kör alakút, a másik terv szerint a legnagyobb, egy teljes oldalával a derékszögű háromszög átfogójához csatlakozó téglalap alakú medencét kellene megépíteni. Melyik esetben és mennyivel lenne nagyobb a vízfelület? (16 pont)

8. Egy hatszög három csúcsának koordinátája valamilyen sorrendben a következő: $(-1; -1)$; $(2; 8)$; $(7; 3)$. Határozzuk meg a hiányzó csúcsok koordinátáit, ha tudjuk, hogy az ismeretlen pontok mindegyike az adott három csúccsal húrtrapézt alkot. (16 pont)

9. Legyen

$$A = \frac{6n^2 - 15n - 9}{4n^2 - 18n - 10}.$$

a) Mennyi a $\lim_{n \rightarrow \infty} A$ határérték?

b) Adjuk meg azokat az n egész számokat, amelyek esetén az A is egész szám.

c) Oldjuk meg az $A = 3$ egyenletet.

(16 pont)

Számadó László
Budapest