

Emelt szintű gyakorló feladatsor

I. rész

1. Egy számtani sorozat differenciája 56, n -edik eleme 2012. A sorozat első n elemének összege 32 000. Határozzuk meg a sorozat első elemét. (12 pont)

2. Egy közpark olyan egyenlő szárú háromszög alakú, melynek szárai 40 métereseek, a szárak által bezárt szög pedig 50° -os. A szárak találkozásától egy 35 méter sugarú körívet húznak. A köríven belüli részt füvesítik, a köríven kívüli részt pedig virágokkal ültetik be.

a) Határozzuk meg a beültetéshez szükséges virágtövek számát, ha egy négyzetméterre 30 tő virágot számolnak.

b) A park területén körben és a körívnek a park belsejébe eső részére ösvényeket terveznek. Határozzuk meg az építendő ösvények teljes hosszúságát (a számítások során az ösvények szélességét elhanyagolhatjuk). (13 pont)

3. Hány olyan nem izomorf, egyszerű gráf van, melynek pontjainak fokszámsorozata

a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7;

b) 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5;

c) 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6;

d) 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6;

e) 2; 3; 3; 4; 4; 4 ?

Amelyik esetben nem létezik ilyen gráf, indokoljuk is meg, hogy miért nem.

(14 pont)

4. Téglalap alakú földdarabot szeretnénk felmérni. Ehhez a téglalap egyik oldalának belsejében felvesszük az egymástól 50 méterre található A és B pontokat. A téglalapnak e két pontot tartalmazó oldalával szemközti csúcsait jelölje C és D . Megmérjük a következő szögeket: CAB szög 113° -os, DAB szög 48° -os, CBA szög 54° -os. Mekkora a földdarab területe? (12 pont)

II. rész

5. Dani teniszezik. Egy versenyen első adogatásainak 63%-át ütötte érvényes területre. Ha érvényes területre ment az első adogatás, akkor a labdamenetek 90%-át megnyerte. Ha nem ment érvényes területre, akkor egy másodikat adogathatott. Ezeknek 85%-át ütötte érvényes területre. Amikor a második adogatás érvényes területre ment, akkor a labdamenetek 60%-át nyerte meg. Ha egyik adogatását sem ütötte érvényes területre, akkor Dani elveszítette a labdamenetet.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy Dani elveszített egy labdamenetet, amikor ő adogathatott?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy Dani első adogatása már érvényes területre ment, ha tudjuk, hogy az adott labdamenetet elveszítette? (16 pont)

6. a) Határozzuk meg $\frac{x}{y}$ értékét három tizedesjegy pontossággal, ha tudjuk, hogy $2^x = 5^y$, ahol x és y nullától különböző valós számok.

b) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok lehető legbővebb részhalmazán:

$$\frac{5}{2}\sqrt{\lg x} + 2\lg\sqrt{\frac{1}{x}} - 1 < 0. \quad (16 \text{ pont})$$

7. Az $f(x) = 2\sin x$ függvény grafikonja és az x tengely által a $[0; \pi]$ intervallumon közrezárt síkidomot a $g(x) = 2\cos x$ függvény görbéje két síkidomra bontja. Határozzuk meg a két síkidom területének arányát. (16 pont)

8. Egy húrnégyszög átlói merőlegesek egymásra. Az átlók metszéspontja $E(2; 1)$, a húrnégyszög AB és BC oldalának egyenlete $x + 3y = 10$, illetve $x - y + 2 = 0$. Határozzuk meg a húrnégyszög csúcsainak koordinátáit és a négyszög köré írható kör egyenletét. (16 pont)

9. Egy duatlon verseny rajtja egy egyenes tengerparton van, célja a vízben. Egyik lehetőség a táv teljesítésére, hogy először 4 km-t futunk a parton, majd 90 fokkal elfordulva 1 km-t úszunk a tengerben. Azonban megengedett bármikor letérni a futópályáról és elkezdeni úszni a cél felé. A homokos tengerparton 6 km/h, a vízben 2 km/h a sebességünk. A rajtvonaltól mérve milyen távolságra érdemes bevágni a vízbe,

a) ha futva és úszva egyenlő távolságot szeretnénk megtenni;

b) ha a lehető leghamarabb szeretnénk célba érni? Hány km-t kell ekkor úszunk, és mennyi idő alatt tudjuk így teljesíteni a verseny távját?

A válaszokat méter pontossággal adjuk meg.

(16 pont)