

1. Juli néni két területen termesztett burgonyát, amelyek közül az egyik kétszer akkora volt, mint a másik. A burgonya betakarításához segítségül hívta rokonait, barátait. Az első napon az egész csapat a nagyobb területen dolgozott. A második napon a csapat fele átmént a kisebb területre, a csapat másik fele tovább végezte a munkát a nagyobb területen, és így ezt a második nap végére be is fejezték. A kisebb területen nem végeztek, így a harmadik napon 12 embernek kellett dolgoznia ahhoz, hogy itt is befejezzék a betakarítást. Tudjuk, hogy mindhárom napon ugyanannyi ideig dolgoztak, és az emberek teljesítményét egyenlőnek vehetjük. Hány fős csapat dolgozott a betakarításnál? (11 pont)

2. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amelyik a $P(4; 2)$ pontban érinti az $y = \frac{1}{2}x$ egyenest, valamint érinti az y tengelyt. (13 pont)

3. a) Egy 12 cm belső sugarú, egyenes henger alakú fazékban 18 cm magasan áll a leves. Ezt a levest egy téglatest alakú műanyag edénybe szeretnénk önteni és hűtőszekrénybe helyezni. Az edény belső élei 26 cm, 22 cm és 16 cm hosszúak. Befér-e a leves ebbe az edénybe? (5 pont)

b) Egy 10 cm sugarú, 8 cm magas egyenes henger alakú gyertyát felolvasztunk, és olyan kisebb, 6 cm-es sugarú, egyenes henger alakú gyertyákat szeretnénk önteni belőle, melyek felszínének mérőszáma egyenlő térfogatuk mérőszámával. Hány darab kis gyertyát tudunk így készíteni? (8 pont)

4. Egy iskolák közötti csapatverseny döntőjébe 4 iskola jutott, iskolánként 3 fős csapattal. A verseny előtt a résztvevők felsorakoztak egy fotózáshoz.

a) Hányféleképpen állhattak sorba a versenyzők, ha azt akarták, hogy az azonos iskolába járó diákok egymás mellett álljanak? (4 pont)

b) A 12 résztvevő között 4 lány és 8 fiú volt. Hányféleképpen állhattak sorba a versenyzők a fotózáshoz, ha azt akarták, hogy a 4 lány középen álljon egymás mellett? (4 pont)

c) Egy másik, iskolák közötti csapatversenyen 4 fős csapatok vettek részt (egy iskola csak egy csapattal nevezhetett). E verseny kezdetén a résztvevők bemutatkoztak egymásnak; minden diák minden olyan diákkal kezett fogott, aki nem iskolatársa, így összesen 336 kézfogásra került sor. A versenyt követő búcsúesten minden diák minden diákkal koccintott egy pohár üdítővel. Hány koccintásra került sor ekkor? (6 pont)

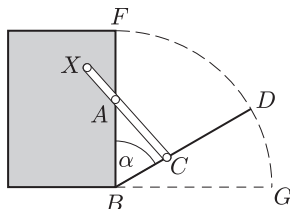
II. rész

5. Egy ország öt nagyvárosában (A , B , C , D és E -ben) összesen 27 bevásárlóközpont működik. A -ban 7, B -ben 3, C -ben 3, D -ben 6 és E -ben 8. Közülük 12-ben van mozi, 16-ban van étterem, és 13-ban van autómosó szolgáltatás. 3 olyan bevásárlóközpont van, ahol mindhárom szolgáltatást nyújtják.

a) A mozival rendelkező bevásárlóközpontok közül 5-ben nincs autómosó, az étteremmel rendelkezők közül pedig 5-ben van mozi. 9 olyan bevásárlóközpont van, melyekben e szolgáltatások közül csak étterem van. Hány olyan bevásárlóközpont van az öt városban, melyben pontosan két szolgáltatást nyújtanak e három közül? (10 pont)

b) Mutassuk meg, hogy ha a 27 bevásárlóközpont között 16 olyan van, amelyben csak egy szolgáltatást nyújtanak, akkor legalább 3 város rendelkezik olyan bevásárlóközponttal, melyben csak egy szolgáltatás van a fentiek közül. (6 pont)

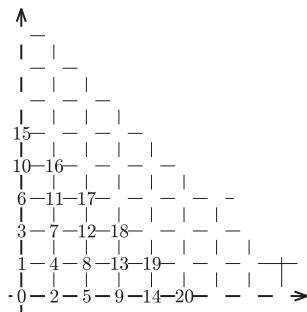
6. Egy szekrényhez erősített, lehajtható munkaasztalt látunk az ábrán. A BD lehajtható munkalapot az XC fémkar segítségével mozgathatjuk. Az A pontban levő szegecs a szekrény BF oldalába van erősítve, ezen a szegecsen csúszhat a fémkar. Tudjuk, hogy $BC = 36$ cm, $AB = 48$ cm. Felhajtott helyzetben a D és az X pontok egybeesnek az F ponttal. Lehajtott helyzetben a D és a G pontok, valamint az X és az A pontok is egybeesnek.



a) Milyen hosszú az asztal BD oldala? (8 pont)

b) Milyen távol lesz az X pont a szekrény BF oldalától, ha az asztallapot B körül $\alpha = 60^\circ$ -kal lehajtjuk? (8 pont)

7. A derékszögű koordináta-rendszer rácspontjaiba beírtuk a természetes számokat az ábrán látható módon. (A rács-pont olyan pont, melynek mindkét koordinátája egész szám.)



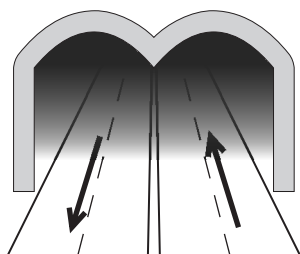
a) Milyen koordinátájú pontban van a 2010? (9 pont)

b) Milyen szám szerepel a $P(54; 72)$ koordinátájú pontban? (7 pont)

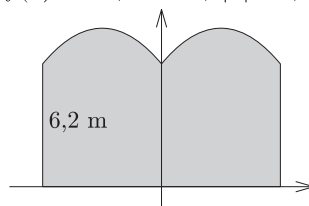
8. Egy 1240 m hosszú alagút bejáratának keresztmetszetét látjuk az *ábrán* egy koordinátarendszerbe helyezve, ahol az egység mindkét tengelyen 1 m. Az alagút oldalfalai 6,2 m magasak. Az alagút tetejét jó közelítéssel az

$$f(x) = -0,2x^2 + 1,2|x| + 6,2$$

függvény grafikonjának egy darabja írja le.



$$f(x) = -0,2x^2 + 1,2|x| + 6,2$$



a) Határozzuk meg az $f(x)$ függvény e részének értelmezési tartományát és értékkészletét. (8 pont)

b) Az alagút szellőzőrendszerét úgy szeretnék megtervezni, hogy 800 m³-enként legyen egy szellőző. Hány szellőzőt kell tervezni? (8 pont)

9. Négy különböző prímszámról az alábbiakat tudjuk: összegük 77, négyzeteik összege: 4527. Mennyi e négy prímszám szorzata? (16 pont)

Gerőcs László