

Emelt szintű gyakorló feladatsor

I. rész

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$x^2 + \frac{2x}{x+5} + \frac{1}{x^2+10x+25} = 25. \quad (12 \text{ pont})$$

2. Egy trapéz párhuzamos oldalai a és c . Mekkora az a szakasz, amely párhuzamos az alapokkal, és felezi a trapéz területét? (12 pont)

3. Oldjuk meg az $\log_x(5x^2) \cdot \log_5^2 x = 1$ egyenletet a valós számok halmazán. (13 pont)

4. Egy büfében szendvicset és pizzát árulnak. Egy szendvicsen 30%, egy pizzán 50% haszna van a kereskedőnek. Egyik nap ugyanannyi szendvicset adott el, mint pizzát, így 34% haszna lett. Másnap viszont kétszer annyi pizzát vettek meg, mint szendvicset.

a) Mennyi haszna lett a büfének az eladott árukból a második napon?

b) Mennyi haszna lett volna, ha kétszer annyi szendvicset adott volna el, mint pizzát? (14 pont)

II. rész

5. Egy 4 m átmérőjű kör alakú biliárdasztal O középpontjától 0,5 méterre levő P pontban van egy biliárdgolyó. A golyót úgy kell ellökni, hogy kétszeri visszaverődés után ismét a P ponton haladjon át. Mekkora szöget zár be az ellökés iránya a PO iránnyal? (16 pont)

6. Legyen egy sorozat általános tagja a következő képlettel adva:

$$a_n = \frac{2n^2 + 3n - 1}{n^2 + 4}.$$

a) Határozzuk meg a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ határértéket.

b) Határozzuk meg azt az N küszöbszámot, amelytől kezdve a sorozat elemei a sorozat határértékétől 10^{-2} -nél kisebb értékkel térnek el. (16 pont)

7. Az iskola konyhája két helyről szokott burgonyát rendelni 10 kg-os csomagolásban. Az A beszállítótól kétszer annyit rendelnek, mint a B-től. Az A beszállító 80%, a B pedig 60% eséllyel szállítja a rendelt mennyiséget egy héten belül.

a) Mennyi az esélye, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott 10 kg-os csomagra több, mint egy hetet kell várni?

b) Ha tudjuk, hogy egy héten belül leszállították a burgonyát, akkor mekkora az esélye annak, hogy A-tól rendelték?

c) Ha a szállítás késése esetén 10% engedménnyel adják a burgonyát, és egy 10 kg-os csomag ára 800 Ft mindkét beszállítónál, akkor várhatóan hány forintot fizetnek egy 10 kg-os csomagért? (16 pont)

8. Egy y tengellyel párhuzamos tengelyű parabola csúcspontja a $T(1; 4)$ pont, a parabola 2 abszcisszájú pontjába húzható érintő iránytangense 6. Határozzuk meg az y tengely, a parabolaív és a parabola 2 abszcisszájú pontjához húzható érintő által bezárt síkidom területét. (16 pont)

9. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(1; 2)$ ponton, és az $x - y + 5 = 0$, valamint az $x - y = 2$ egyenesek közé eső szakasza 5 egység.

(16 pont)

Gyanó Éva
Budapest