

MATEMATIKA ÉS FIZIKA TOTÓ

a 2012. évi Őszi KöMaL Ankéton¹

1. Egy slinky-rugót egyszer az egyik végénél fogva függőlegesen fellógatunk, másszor mindkét végét azonos magasságban tartjuk, egymástól olyan távolságra, hogy a slinky „tengelye” a felfüggesztéseknél 45° -ot zárjon be a vízszintes iránnyal. Melyik esetben hosszabb a megnyúlt slinky? Amikor függőlegesen lóg (1); amikor a két végén felfüggesztve lóg (2); mindkét esetben ugyanolyan hosszú (X).

2. Legfeljebb hány közös pontja lehet két 2012-szög kerületének, ha nincs a két kerületnek közös egyenesszakasza? 4024 (1); 4 046 132 (2); 4 048 144 (X).

3. Egy jégkorong forogva csúszik a jégen. A súrlódás mindkét mozgását fékezi. Melyik mozgása áll le hamarabb? A forgása (1); a tömegközéppontjának haladó mozgása (2); mindkettő éppen egyszerre válik nullává (X).

4. Egy tolltartóban valahány piros, zöld, kék és fekete ceruza van összekeveredve – mindegyikből különböző számú. Ha találomra kihúzok néhány ceruzát a tolltartóból, akkor a következőket tudom: legalább 13-at kell kivennem, hogy biztosan kapjak mindegyik színből; legalább 11-et kell kihúznom, hogy biztosan kapjak három különböző színűt; és legalább 7-et, hogy biztosan kapjak két színt. Hány darab van a legkevesebb színű ceruzából? 1 (1); 2 (2); 3 (X).

5. Ha egy galaxist olyan mértékben kicsinyítenénk, hogy a csillagok gázmolekula méretűek legyenek, akkor a csillagok átlagos távolsága sokkal nagyobb (1); sokkal kisebb (2); kb. ugyanakkora (X) lenne, mint a molekulák átlagos távolsága egy normál állapotú gázban.

6. Egy tompaszögű ABC háromszögnek a tompaszög C csúcsából induló súlyvonala a szög BC szárával derékszöget zár be. A szokásos jelöléseket véve milyen összefüggés áll fenn a három oldal között? $a^2 + b^2 = c^2$ (1); $a^2 + \frac{1}{3}b^2 = c^2$ (2); $3a^2 + b^2 = c^2$ (X).

7. Egy hosszú, keskeny papírszalag két rövid oldalát 180° -os megtekerés után összeragasztjuk. (Az így kapott „egyoldalú” felületet Möbius-szalagnak nevezik.) A szalag pereméhez vezetéket erősítünk, és azt egy voltmérőn keresztül zárjuk. Indukálódik-e feszültség, ha a szalagot változó mágneses térbe helyezzük? Nem, mert a szalagnak csak egy oldala van, s emiatt a mágneses fluxus irányíthatatlan (1); igen, éppen akkora, mintha nem csavartuk volna meg a szalagot (2); igen, még hozzá a csavarásmentes esethez képest sokkal nagyobb is lehet az indukált feszültség (X).

8. „Ha kilenc kályhában öt és fél nap alatt tizenkét köbméter bükkfa ég el – mennyi nap alatt ég el tizenkét kályhában kilenc köbméter bükkfa...” (részlet Karinthy Frigyes: *Tanítom a kislelkeset* című művéből). Kevesebb, mint 2 nap alatt (1); 2 és 3 nap között (2); 3 és 4 nap között (X).

9. Ellenőrizni akarjuk Galilei híres gondolkísérletét az álló és mozgó hajókkal. Egy szemcseppentőből vízcseppet ejtünk le a víz felszínétől 2 méter magasságból, és megfigyeljük, mennyi idő alatt esik a csepp a vízbe. Ugyanakkora esési időt fogunk mérni egy álló és egy (a parthoz képest) mozgó hajón? Igen (1); nem (2); a válasz függ attól, hogy a korlátról a tengerbe, vagy pedig a hajó beltéri úszómedencéjének szélén ejtjük el a vízcseppet (X).

10. Hány pontban metszik egymást egy szabályos nyolcszög átlói? (A csúcsokat nem tekintjük metszéspontnak.) 47 (1); 49 (2); 51 (X).

11. Megvalósítható-e Mohamed (a szállóige szerint) lebegő koporsója sztatikus mágnesekkel? Igen, ha elég sok, egymást a megfelelő helyen taszító mágneset alkalmazunk (1); nem, a mágnesek egyensúlyi helyzete mindig instabil (2); csak elektrosztatikus erőkkel együtt valósítható meg a lebegtetés (X).

12. Öt játékos pingpong körmérkőzést játszik a következő terv szerint. Az összes lehetséges párosítást egyforma cédulákra írják, a cédulákat egy kalapba teszik és minden mérkőzés előtt kihúznak egy cédulát, az azon levő pár játszik. A kihúzott cédulát nem teszik vissza. Mi a valószínűsége annak, hogy Pisti (az egyik játékos) az összes meccsét egymás után játssza le? $1/30$ (1); $1/10$ (2); $1/5$ (X).

13. Mi nagyobb: a Bohr-modell szerint a proton körül keringő elektron energiája, vagy a Nemzetközi úrállomás egyetlen elektronjának energiája (ha az elektrosztatikus és a gravitációs helyzeti energiát is a végtelenben választjuk 0-nak)? Az atomban „keringő” elektroné, mert az elektromágneses kölcsönhatás sokkal erősebb, mint a gravitációs (1); az úrállomásé, mert a Föld tömege nagyon nagy (2); egyforma a két energia, mert ugyanarra a részecskére vonatkozik (X).

13+1. Oldjuk meg az $xyz + xy + xz + yz + x + y + z = 2012$ egyenletet a pozitív egész x, y, z számhármak halmazán! Mivel egyenlő az $x + y + z$ összeg? 72 (1); 75 (2); 504 (X).

¹ A matematika feladatokat Ratkó Éva és Schmiéder László, a fizika feladatokat Gnädig Péter állította össze. A megoldásokat az 54. oldalon közöljük.