

1. Tömeges rugó. Vízszintes, sima, vagyis súrlódásmentes talajon, egyik végével falnak támaszkodó, $D = 50 \text{ N/m}$ direkciós erejű, $m = 0,15 \text{ kg}$ tömegű egyenes csavarrugó nyugszik. A rugó tengelyének irányából egy $M = 0,5 \text{ kg}$ tömegű hasáb $v = 2 \text{ m/s}$ sebességgel érkezik a rugóhoz. A rugó végével való ütközéskor feltehetjük, hogy 10%-os energiavesztés következik be, továbbá már a rugó 1 cm-es összenyomódásakor létrejön a rugóban az úgynevezett alaplómódusnak nevezett állapot, amikor a rugó egyes meneteiben a faltól mért távolsággal egyenesen arányos, lineáris sebességeloszlás alakul ki. A továbbiakban az alaplómódus mindaddig megmarad, és mindvégig veszteségmentesnek tekinthető, ameddig a rugó és a hasáb egymással érintkezik. A rugó elegendően hosszú, elegendően lazák a menetei, és mindvégig egyenes marad.

Mekkora sebességgel hagyja el a rugót a hasáb?

2. Forduló robogó. Egy robogó (kismotor) első és hátsó kerekének tengelye között a távolság l . A motor meglehetősen síkos, vízszintes talajon halad lassan, óvatosan valamekkora v sebességgel. A vezető állandó sebességnagysággal mellett el akar kanyarodni a motorral, ezért a kormányt α szöggel elfordítja. Legalább mekkora legyen a talaj és a motor kerekei közötti μ tapadási súrlódási együttható, hogy a motor ne csússzon meg?

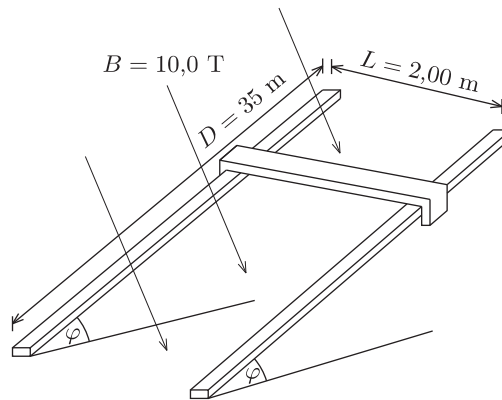
Feltehetjük, hogy a motornak és a vezetőnek a közös tömegközéppontja a kerek tengelyét összekötő szakasz közepe fölé esik, továbbá a motor bedőlésétől eltekinthetünk.

3. Forgó négyzet. Vízszintes, érdes talajon forgassunk meg egy négyzet alakú lemezt az egyik sarka körül, majd rögzített, függőleges, súrlódásmentes tengely mellett hagyjuk szabadon mozogni. Megfigyelhetjük, hogy a lemez $t = 4 \text{ s}$ múlva áll meg. Mennyi idő alatt áll meg a lemez, ha a tengely a középpontján megy át, és a kezdeti szögsebessége ugyanakkora?



4. Mágneses parittyá. Egy P -ben lévő ifjú és egy Q -ban tartózkodó fiatal hölgy örülten szerelmesek egymásba. A két fiatal tartózkodási helyét $w = 1000 \text{ m}$ szélességű tengerszoros választja el egymástól. Miután az ifjú tanult fizikát, és hallott a mágneses parittyáról, elhatározta, hogy készít egy olyan eszközt, amivel át tudja magát lőni a tengerszoroson. A fiú elkészített egy állítható hajlásszögű rámpát (magyarul lejtőt), amelynek θ hajlásszögét változtatni lehet. A rámpán két párhuzamos fémsínt fektetett le, melyek hossza $D = 35 \text{ m}$, és egymástól mért távolsága $L = 2 \text{ m}$. A sínek végéhez a szerelmes ifjú 2424 V-os egyenfeszültségű tápegységet csatlakoztatott. Egy elektromosan vezető rúd szabadon tud csúszni a fémsínpáron úgy, hogy közben a fiú biztonságosan meg tud kapaszkodni a rúdon.

Egy rendkívül ügyes mérnök, látva az örülten szerelmes fiatalember erőfeszítését, egy olyan szerkezetet tervezett meg, amellyel $B = 10 \text{ T}$ homogén mágneses mezőt lehet a sínpárra merőlegesen létrehozni. Az ifjú tömege 70 kg , a rúd tömege 10 kg , ellenállása $R = 1 \Omega$.



Amint az ifjú befejezte a művét, és éppen ellenőrizte a működését, szíve hölgye kétségbeesve felhívta telefonon, és zokogva elmondta neki, hogy édesapja egy gazdag emberhez akarja feleségül adni, de ő inkább véget vet életének. Egyetlen reménységük az lehet, hogy a lány édesapja megígérte, amennyiben a fiú a telefonhívást követően 11 másodpercen belül képes lenne a Q pontba jutni, akkor mégis ő veheti feleségül a lányt.

A fiatalember ekkor azonnal a parittyához lépett, és kilőtte magát a tengerszoroson át Q felé. A rámpa úgy van beállítva, hogy P mindig a legfelső pontja (ahol a fiú elhagyja a síneket) van azonos magasságban a tengerszoros túlsó részén lévő Q ponttal.

Az alább felsorolt lépéseket elvégezve vizsgálja meg, hogy a fiú megérkezhet-e időben a Q pontba, és ha igen, akkor milyen θ szögtartomány beállítása mellett!

a) Vezess le egy kifejezést a fiatalember sínekkel párhuzamos gyorsulására!

b) Határozd meg a θ szög függvényében azt az időt, amit a fiatalember a síneken tölt (t_s), és amit a levegőben tölt (t_1)!

c) Ábrázold grafikusan a teljes $T = t_s + t_1$ időt a θ hajlásszög függvényében!

d) A parittya fontos tulajdonságainak figyelembevételével, határozd meg azt a θ hajlásszög tartományt, amit a fiatalember használhat! Ha szükségesnek érzed, rajzolj egy másik grafikont is.

Használd a következő közelítéseket:

1) A telefonhívást követően a kilövésig eltelt idő (beleértve a beállításokat is) elhanyagolható, másképp szólva a stopper a $t = 0$ idővel akkor indul, amikor a fiatalember kilövi magát, vagyis a rúd mozogni kezd.

2) A fiatalember a mozgását a fémsínek bármely pontjánál kezdheti.

3) A rámpa felső vége és Q ugyanazon a magasságon van, és a közöttük lévő távolság $w = 1000$ m.

4) Biztonsági kérdésekkel (mint például a landolás, elektromos áramütés, stb.) nem kell törődnöd.

5) A fémsínek ellenállása, a tápegység belső ellenállása, a súrlódás a rúd és a sínek között, valamint a légellenállás elhanyagolható.

6) Számolhatsz $g = 10 \text{ m/s}^2$ értékkel.

Matematikai útmutatás:

1. $\int e^{-ax} dx = -\frac{e^{-ax}}{a}.$

2. A $\frac{dx}{dt} = a + bx$ differenciálegyenlet megoldása:

$$x(t) = \frac{a}{b}(e^{bt} - 1) + x(0)e^{bt}.$$