Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 10–22. között Németországban, Brémában rendezték meg. A zsüri a verseny lebonyolítása előtt Bremerhavenben ülésezett.

A versenyen 104 ország 565 diákja vett részt. Ez mind a résztvevő országok, mind a résztvevő diákok számát tekintve új részvételi csúcs. A legtöbb ország a megengedett maximális létszámú, 6 fős csapattal szerepelt; az alábbi listában az országnév után zárójelben tüntettem fel az adott ország versenyzőinek számát, ha ez hatnál kevesebb volt.

A résztvevő országok: *Albánia, Algéria (4), Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Banglades, Belgium, Belorusszia, Benin (2), Bolívia (3), Bosznia-Hercegovina, Brazília, Bulgária, Chile (4), Ciprus, Costa Rica (4), Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Ecuador, Egyesült Arab Emirátusok (5), El Salvador (3), Észak-Korea, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-Szigetek (4), Görögország, Grúzia, Guatemala (4), Hollandia, Honduras (3), Hong Kong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Kambodzsa, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizisztán, Kolumbia, Kuba (1), Kuwait (4), Lengyelország, Lettország, Liechtenstein (2), Litvánia, Luxemburg, Macedónia, Magyarország, Makaó, Malajzia (2), Marokkó, Mauritánia, Mexikó, Moldova, Mongólia, Montenegro (4), Nagy-Britannia, Németország, Nigéria, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Pakisztán (5), Panama (1), Paraguay (4), Peru, Portugália, Puerto Rico, Románia, Spanyolország, Sri Lanka, Svájc, Svédország, Szerbia, Szingapúr, Szíria (5), Szlovákia, Szlovénia, Tadzsikisztán, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Tunézia (5), Türkmenisztán, Új-Zéland, Ukrajna, Uruguay, Üzbegisztán, Venezuela (2), Vietnam, Zimbabwe (2).*

Először vett részt Benin, Mauritánia, Szíria és Zimbabwe csapata. A versenyen szokás szerint mindkét napon négy és fél óra alatt 3–3 feladatot kellett megoldani. (A feladatokat alább közöljük.) Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 32–42 pontot elért, ezüstérmet a 24–31 pontos, míg bronzérmet a 14–23 ponttal rendelkező tanulók szereztek. Dicséretben részesültek azok a versenyzők, akiknek 14-nél kevesebb pontjuk volt, de egy feladatot hibátlanul megoldottak.

A magyar csapatból

Tomon István (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.) 35 ponttal *aranyérmet,*

Nagy János (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) 30 ponttal,

Éles András (Debrecen, Fazekas Mihály Gimn., 11. o.t.) 28 ponttal *ezüstérmet,*

Kornis Kristóf és **Nagy Dániel** (mindketten a Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn. 12. osztályának tanulói) 23 ponttal, valamint

Szűcs Gergely (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., 12. o.t.) 18 ponttal *bronzérmet* szerzett.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék), helyettes vezetője *Dobos Sándor* (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn.) volt.

Az országok (nem-hivatalos) pontversenyében Magyarország a 19–21. helyen végzett. A csapatverseny élmezőnyének sorrendje így alakult (megszerzett pontszámaikkal):

1. Kína 221, 2. Japán 212, 3. Oroszország 203, 4. Dél-Korea 188, 5. Észak-Korea 183, 6. USA 182, 7. Thaiföld 181, 8. Törökország 177, 9. Németország 171, 10. Belorusszia 167, 11–12. Olaszország és Tajvan 165, 13. Románia 163, 14. Ukrajna 162, 15–16. Irán és Vietnam 161, 17. Brazília 160, 18. Kanada 158, **19–21.** Bulgária, **Magyarország** és Nagy-Britannia **157,** 22. Szerbia 153, 23. Ausztrália 151, 24. Peru 144, 25–26. Grúzia és Lengyelország 140, 27. Kazahsztán 136, 28. India 130, 29. Hong Kong 122, 30. Szingapúr 116.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak, akik a következők voltak: *Beleznay Ferenc, Dobos Sándor, Hraskó András, Pósa Lajos* és *Surányi László* (Kornis Kristóf, Nagy Dániel, Nagy János és Tomon István tanárai), *Pósa Lajos, Remeténé Orvos Viola* és *Kovács Péter* (Éles András tanárai), *Ábrahám Gábor, Mike János* és *Pósa Lajos* (Szűcs Gergely tanárai). Ugyancsak szeretnék külön köszönetet mondani Dobos Sándornak, mint a központi olimpiai előkészítő szakkör vezetőjének.

Az idei versenyen különösen nehéznek bizonyult a 6. feladat: az 565 versenyző közül csak hárman tudták kifogástalanul megoldani, ugyanakkor 540-en 0 pontot kaptak erre a feladatra. Némileg meglepő ez, ha meggondoljuk, hogy a feladat tulajdonképpen bármelyik rejtvényújságban kitűzhető lenne: sem a feladat megfogalmazása, sem a megoldás nem kíván semmilyen előismeretet.

Mivel az idei diákolimpia a jubileumi ötvenedik volt a matematikai diákolimpiák sorában, a szervezők meghívtak néhány világhírű matematikust, akik maguk is győztesek voltak korábbi diákolimpiákon, hogy tartsanak előadásokat és beszélgessenek a diákokkal. Az előadások mind egészen kiválóak voltak, remélhetőleg hamarosan könyvalakban is megjelennek. Külön öröm, hogy a 6 meghívott matematikus között két magyar is volt: *Lovász László* (diákolimpiai szereplés: 1963: ezüst, 1964–66: 3 arany) és *Bollobás Béla* (1959: bronz, 1960–61: 2 arany). A másik négy előadó közül hárman is Fields-éremmel kitüntetett matematikusok (a Fields-érmet – angolul: Fields Medal – sokan a Nobel-díj matematikai megfelelőjének tekintik, bár csak 40 évesnél fiatalabbak kaphatják): *Timothy Gowers* (1981: arany, 1998: FM), *Stanislav Smirnov* (1986–87: 2 arany), *Terence Tao* (1986: bronz, 1987: ezüst, 1988: arany – ekkor volt 12 éves!, 2006: FM), *Jean-Christophe Yoccoz* (1973: ezüst, 1974: arany, 1994: FM).

Egyéb programokról is gondoskodtak a szervezők: volt városnézés, múzeumlátogatás és egy egész napos hajókirándulás Wangerooge szigetére.

A jövő évi diákolimpiát Kazahsztán fővárosában, Asztanában rendezik, július 2–14. között.

Az 50. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai[1]

Első nap

1. feladat. Legyen n pozitív egész szám és legyenek $a_1, \ldots, a_k$ $(k \geq 2)$ olyan páronként különböző egész számok az $\{1, \ldots, n\}$ halmazból, hogy az $i = 1, \ldots, k-1$ értékek mindegyikére teljesül az, hogy n osztója $a_i(a_{i+1} - 1)$-nek. Bizonyítsuk be, hogy n nem osztója $a_k(a_1 - 1)$-nek.

2. feladat. Legyen az ABC háromszög körülírt körének középpontja O. Legyen P, illetve Q a CA, illetve AB oldal belső pontja. Legyenek K, L, illetve M a BP, CQ, illetve PQ szakaszok felezőpontjai, és legyen Γ a K, L, M pontokon áthaladó kör. Tegyük fel, hogy a PQ egyenes érintője a Γ körnek. Bizonyítsuk be, hogy $OP = OQ$.

3. feladat. Tegyük fel, hogy $s_1, s_2, s_3, \ldots$ pozitív egész számoknak olyan szigorúan növekvő sorozata, amelyre az

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \ldots \qquad \text{és} \qquad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \ldots$$

részsorozatok mindegyike számtani sorozat. Bizonyítsuk be, hogy $s_1, s_2, s_3, \ldots$ maga is számtani sorozat.

Második nap

4. feladat. Legyen az ABC háromszögben $AB = AC$. A $CAB\sphericalangle$, illetve $ABC\sphericalangle$ szögek szögfelezői a BC, illetve CA oldalakat rendre a D, illetve E pontokban metszik. Legyen K az ADC háromszög beírt körének a középpontja. Tegyük fel, hogy $BEK\sphericalangle = 45°$. Határozzuk meg a CAB szög összes lehetséges értékét.

5. feladat. Határozzuk meg az összes olyan f függvényt, ami a pozitív egész számok halmazát a pozitív egész számok halmazába képezi, és amire teljesül az, hogy teszőleges pozitív egész a és b értékekre van olyan nem-elfajuló háromszög, amelynek oldalhosszai a, $f(b)$ és $f\big(b + f(a) - 1\big)$. (Egy háromszög *nem-elfajuló,* ha csúcsai nincsenek egy egyenesen.)

6. feladat. Legyenek $a_1, a_2, \ldots, a_n$ páronként különböző pozitív egész számok és legyen M egy olyan, pozitív egész számokból álló, $n-1$ elemű halmaz, ami nem tartalmazza az $s = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ számot. Egy szöcske a valós számegyenesen ugrál a 0 pontból kiindulva úgy, hogy n ugrást hajt végre jobbfelé, melyek hossza $a_1, a_2, \ldots, a_n$ valamilyen sorrendben. Bizonyítsuk be, hogy a szöcske meg tudja választani az ugrások sorrendjét úgy, hogy ne ugorjon az M halmaz egyik elemére se.

[1] Az olimpia honlapja: `http://www.imo2009.de/`.