

I. rész

1. Egy focicsapat 20 fős keretében 3 kapus, 6 hátvéd, 7 középpályás és 4 csatár van. Az egyik mérkőzésen 1 kapus, 4 hátvéd, 3 középpályás és 3 csatár fog szerepelni.

a) Hányféleképpen állíthatja ki az edző a kezdőcsapatot? (6 pont)

b) Az edző legalább 40 pontot szeretne elérni az első 15 összecsapáson.

Hányféleképpen történhet ez meg, ha nem számít a megszerzett pontok sorrendje? (A győzelemért 3, a döntetlennért 1, a vereségért 0 pont jár.) (5 pont)

2. Egy osztály felévi matematikajegyei a következőképpen alakultak:

osztályzat	1	2	3	4	5
gyakoriság	3	10	7	8	

a) Hányan kaptak jelest, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,2 és 3,3 közé esik és az osztálylétszám páros? (9 pont)

b) Határozzuk meg az osztályzatok móduszát és mediánját. (4 pont)

3. Egy 36 fős osztály ötéves érettségi találkozóján 32-en jelentek meg. Az elmondottakból kiderült, hogy a három leggyakoribb nyári úti cél Erdély, a Zemplén és az Őrség volt. Erdélyben 18-an nyaraltak, az Őrségben 21-en, míg a Zemplénten 17-en választották. 11-en voltak Erdélyben és az Őrségben, 9-en az Őrségben és a Zemplénben, míg 8-an Erdélyben és a Zemplénben. Ugyanannyian vannak azok, akik mindhárom helyen nyaraltak már, mint azok, akik a felsoroltak egyikén sem jártak.

a) Készítsünk Venn-diagrammot. (9 pont)

b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanulót véletlenszerűen kiválasztva legalább két helyen nyaralt már a felsoroltak közül? (4 pont)

4. Adott az $ABCDE$ 10 cm oldalhosszúságú szabályos ötszög, és az A középpontú k kör, amely érinti a CD oldalt. Legyen a kör és DE metszéspontja F . Mekkora az EF távolság? (14 pont)

II. rész

5. Agyagból szeretnénk csonkakúp alakú bögrét készíteni. Az alapkör belső átmérője 6 cm, a fedőköré 9 cm, a bögre oldala a vízszintessel 80° -os szöget zár be.

a) Hány deciliter folyadék fér a bögrébe? (6 pont)

A fedőkör külső átmérője 9,3 cm, a bögre fala mindenütt azonos vastagságú, az alja 4 mm vastag, a fülét 1,5 cm átmérőjű 15 cm magas egyenes körhengerből készítik. Az agyag sűrűsége $2,3 \text{ g/cm}^3$.

b) Mennyi 10 000 bögre össztömege? (A tömeget kg-ban adjuk meg.) (10 pont)

6. a) Határozzuk meg p értékét úgy, hogy a $9x^2 + (p + 16)x + 2,4p + 1$ kifejezés teljes négyzet legyen. (9 pont)

b) Számoljuk ki a

$$\int_3^5 (9x^2 + 66x + 121) dx$$

kifejezés értékét.

(7 pont)

7. Egy 15 millió lakosú országban egy cég vizsgálja a televízióműsorok nézettségét. 1500 háztartás tévékészülékeit szerelték fel egy olyan berendezéssel, amely mindig rögzíti, hogy ki, mikor, melyik csatorna adását nézte. Az így figyelt 3200 emberből – akik nem- és korbelti összetétele a valóságot tükrözi – tudják kiszámítani a nézettségi adatokat. A mintában szereplő 3200 fő kor és nem szerinti eloszlását az alábbi táblázat mutatja.

	0–17	18–27	28–38	39–49	50–65	66–
nők	540		240	220	290	110
férfiak	520		230	210	270	

a) Töltsük ki a táblázat hiányzó adatait, ha tudjuk, hogy a 65 évnél idősebb férfiak száma 375 000, és a vizsgált személyek között 100-zal több a nő, mint a férfi. (6 pont)

b) A szombat délelőtti gyermekműsort a minta 70 tagja nézte. Hány nézőt jelent ez országosan? (2 pont)

c) Ha ebben az időben 1,7 millióan tévéztek, akkor az éppen tévézők hány százaléka nézte a gyermekműsort? (2 pont)

d) Egy műsor nézettsége jó, ha az éppen akkor tévézők legalább 25%-a azt nézi. Egy péntek esti vetélkedőműsort 504-en néztek meg a mintából. Jó-e a műsor nézettsége, ha a lakosság 60%-a tévézett ekkor? (6 pont)

8. Legyen A halmaz a $\left[-\frac{9\pi}{4}; 2\pi\right]$, B halmaz pedig a $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{2}\right]$ intervallum. Adjuk meg a

$$(7 \sin x - 2)^2 = (5 \sin x - 6)^2 - 4(\sin x + 2)$$

egyenlet megoldásait az $A \setminus B$ és az $A \cap B$ halmazokon.

(16 pont)

9. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$x + \log_{21}(3^x + 1) = x \cdot \log_{21} 7 + \log_{21} 756.$$

(16 pont)