I. rész

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$(x-2)^2+\sqrt{4-4x+x^2}+\frac{6x-18}{3-x}=0.$$

(*11 pont*)

2. Az Aggteleki Nemzeti Park egyik legféltettebb, fokozottan védett növényritkasága a tornai vértő. Eszmei értéke 250 000 Ft.

A növény tulajdonságait vizsgáló kutató úgy tapasztalta, hogy a tornai vértő növekedését közelítőleg a $h(x)=2+\log_2(x+1)$ hozzárendelésű függvény írja le. A növény magassága h cm, az eltelt idő pedig x nap, $x\in[0;7]$.

a) Milyen magas a mérés utolsó napján a növény? (*3 pont*)

b) Melyik napon éri el a magassága a 4 cm-t? (*3 pont*)

c) Magyarországon még jelentős az állomány. Az Európai Unióban lévő állomány kb. 30%-a található itt, mintegy 600 000 példány. Évi 4%-os csökkenéssel számolva mennyi idő alatt csökken a magyarországi állomány a negyedére? (*6 pont*)

3. Egy derékszögű háromszögben az átfogó hossza 5, a szögek szinusza pedig növekvő sorrendben egy számtani sorozat három egymást követő eleme. Mekkora a háromszög területe? (*14 pont*)

4. Egy rombusz egyik tompaszögének csúcsából húzott két magasság hossza 13, a talppontjukat összekötő szakasz hossza pedig 10.

a) Mekkorák a rombusz szögei? (*10 pont*)

b) Mekkora a rombusz kerülete? (*4 pont*)

II. rész

5. *a*) Hány darab négyjegyű szám képezhető a páros számjegyek felhasználásával, ha a számjegyek nem ismétlődhetnek? (*3 pont*)

b) Mennyi az így kapott négyjegyű számok összege? (*5 pont*)

c) Öt cédulára rendre felírva a páros számjegyeket, majd egy urnába téve négyet kihúzunk közülük, és ezeket a kihúzás sorrendjében egymás mellé tesszük. Mennyi a valószínűsége, hogy ha a kapott szám négyjegyű, akkor hattal osztható? (*8 pont*)

6. Egy paralelogramma két szomszédos csúcsának koordinátái $A(8;9)$ és $B(0;3)$, egyik oldalegyenesének egyenlete $x+2y=6$. A paralelogramma területe 80. Határozzuk meg a hiányzó csúcsok koordinátáit. (*16 pont*)

7. Adott az $\mathbb{R}\setminus\{-1;6\}$ valós számokra értelmezett

$$f(x)=\frac{2x^2-9x-11}{x^2-5x-6}$$

függvény.

a) Ábrázoljuk az f függvényt grafikonját. (*8 pont*)

b) Határozzuk meg f legkisebb és legnagyobb értékét a $[0;5]$ intervallumon. (*2 pont*)

c) Adjuk meg az f függvény grafikonjának 5 abszcisszájú pontjához húzható érintőjének egyenletét. (*6 pont*)

8. Vágjunk ki papírból egy 4 dm oldalú négyzetet és egy 4 dm oldalú szabályos háromszöget, majd vágjuk átlói mentén a négyzetet négy egybevágó derékszögű háromszögre. Három egyenlő szárú derékszögű háromszögből és az egyenlő oldalú háromszögből gúla hálózata állítható össze, mely egy építmény 1 : 20 arányú kicsinyített mása az éleket tekintve.

a) Mekkora az építmény felszíne, ha az alaplapot is hozzászámítjuk? (*9 pont*)

b) A tömör építményt betonból szeretnénk elkészíteni. Mekkora mennyiséget fogunk felhasználni az egyes anyagokból, ha 10 m^3 betonhoz 2500 kg cementre, 12 m^3 sóderre és 2400 l vízre van szükség? (*5 pont*)

c) Mekkora a bedolgozott beton anyagköltsége, ha a megrendeléstől a szállításig (a kifizetéséig) az anyagárak 15%-kal emelkedtek, és a tervezéskor 1 mázsa cement ára 3100 Ft, 1 m^3 sóder ára 4200 Ft volt? (A vizet saját kútból vettük, így az nem növelte a költségeket.) (*3 pont*)

9. Az $f(x)=x^2+2x+p^3+3p^2+2p$ hozzárendelésű másodfokú függvénynek két különböző zérushelye van. Határozzuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy a zérushelyek szorzata az f függvény 0 helyen felvett értékének négyzetével legyen egyenlő. (*16 pont*)