

Elméleti feladatok

1. Egy $2l$ hosszúságú, $2m$ tömegű igen hajlékony és nyújthatatlan kötélt egyik végét ideálisnak tekinthető erőmérő eszközhöz kötjük, a másik végét pedig addig emeljük, amíg a kötélt két vége lényegében ugyanarra a pontra kerül. Ekkor az erőmérő mg erőt jelez. Ezután a kötélt szabad végét elengedjük. A légellenállás elhanyagolható.

- Határozzuk meg a kötélt szabad végének mozgását az idő függvényében (hely-idő függvényt kérünk)!
- Határozzuk meg a kötélt hajlatának mozgását az idő függvényében (hely-idő függvényt kérünk)!
- Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusán a kötélt mozgási energiáját az idő függvényében (grafikont kérünk)!
- Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusán az erőmérő által jelzett erőt az idő függvényében!
- Számítsuk ki az erőmérő által jelzett erő időátlagát!
- Összesen mennyi hő szabadul fel, ha feltételezzük, hogy amikor az egész kötélt eléri a függőleges egyenes helyzetét, akkor a kötélt megáll, és állva is marad?
- Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusán a kötélt felmelegedésekor a hőteljesítményt az idő függvényében!
- Számítsuk ki a hőteljesítmény-idő grafikon görbe alatti területét!

2. Ebben a feladatban a mágneses tér hatását vizsgáljuk áramjárta vezetőkre. Az áram leírásakor alkalmazzuk az úgynevezett Drude-modellt, ami a vezetési elektronokat úgy írja le, hogy azok egyenletes mozgást végeznek v_d (drift-) sebességgel.

I. RÉSZ:

a) R sugarú, kör keresztmetszetű rézdrótban I áram folyik. Mekkora a vezetési elektronok driftsebessége? ($R = 1$ mm, $I = 10$ A, a réz egy vegyértékűnek tekinthető, vagyis minden rézatom egy elektronnal járul hozzá a delokalizált vezetési elektronokhoz, a réz anyagsűrűsége: $\rho_{\text{anyag}} = 8920$ kg/m³, a réz moláris tömege: $M = 63,54$ g/mol, az elemi töltés: $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C, az Avogadro-szám: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ 1/mol.)

b) Az előző alkérdésben szereplő esetben az I áram következtében mekkora a mágneses indukció a vezetőn belül és kívül? (Feltéhetjük, hogy az áramsűrűség mindenhol azonos. A vákuum mágneses permeabilitása: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$, a réz relatív mágneses permeabilitását 1-nek tekinthetjük.)

c) Mekkora és milyen irányú erő hat a vezetési elektronokra az áram saját mágneses tere miatt?

d) Milyen elektrosztatikus töltéeloszlás alakul ki emiatt a vezetőben? (A vákuum dielektromos állandója: $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$, ahol $k = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$, a Coulomb-törvényben szereplő állandó.) Értékelj (kommentáld) numerikus eredményedet!

II. RÉSZ:

e) Ebben a részben a réz vezető alakja legyen hosszú, négyzetes hasáb. A négyzet oldaléle legyen a , az átfolyó áram értéke pedig ugyanúgy I , mint az előző részben. A vezetőre merőleges, az egyik oldallappal párhuzamos, B mágneses indukciójú teret kapcsolunk be. Mekkora felületi töltéssűrűség alakul ki ennek hatására a vezetőn? ($I = 10$ A, $a = 1$ cm, $B = 2$ T.)

III. RÉSZ:

f) A vezető legyen ugyanilyen réz anyagú, ugyanilyen R sugarú, hosszú, egyenes henger, amelyben ugyanekkora I áram folyik. A vezetőt hűtsük le a szupravezető átmeneti hőmérséklet alá, miközben gondoskodjunk arról, hogy az áram mindvégig ugyanakkora maradjon. A szupravezetők nevezetes tulajdonsága az, hogy belsejükben a mágneses tér nulla, áram tehát csak a felületükön folyhat. A felületi áramsűrűség exponenciális függvény szerint csökken a vezető belseje felé haladva, amit a λ behatolási mélység jellemez. Ez azt jelenti, hogy a kicsiny λ távolság után az áramsűrűség e -ed részére csökken ($e \approx 2,718$). A behatolási mélység az elektronok m tömegétől, a szupravezető elektronok n_s részecskeszám-sűrűségétől, és az abszolút, illetve a relatív mágneses permeabilitástól ($\mu_{\text{rel}}\mu_0$) függ. Tudjuk továbbá azt is, hogy a behatolási mélység fordítottan arányos az elektronok q_e töltésével. Dimenzióanalízis segítségével adjuk meg a behatolási mélység matematikai alakját, feltételezve, hogy a formulában a számfaktor értéke 1!

g) Fejezd ki az áramsűrűséget közvetlenül a szupravezető drót felületén I , R és λ függvényében paraméteresen (nem számszerűen)!

IV. RÉSZ:

h) Legyen az előzőekkel megegyező anyagú, hosszú szupravezető ($a \times b$) felületű téglalap keresztmetszetű hasáb, ahol $a \ll b$, továbbá a szélesebb oldal mentén, középtájon, vagyis nem közvetlenül a lemez szélein, a felületen az áramsűrűség legyen j_0 . Kapcsoljunk be egy kicsiny B mágneses indukciójú teret, amely merőleges a vezetőre és párhuzamos a szélesebb oldallal. A mágneses tér olyan kicsiny, hogy nem szünteti meg a szupravezető viselkedést. Hogyan változik meg a szupravezetőben a szélesebb oldal közepén a felületen az áramsűrűség értéke a mágneses tér következtében? Válaszodat paraméteresen fejezd ki!

3. Etűdők adiabatikus invariánsra

Adiabatikus invariáns. Ebben a feladatcsokorban olyan egydimenziós mechanikai rendszereket vizsgálunk, melyek tartalmaznak egy paramétert is. Ilyen rendszerekben sokszor igen érdekes aszimptotikus jelenség figyelhető meg: a paraméter *lassú* változtatása mellett két eredetileg egymástól független mennyiség egymás függvényévé válik, és úgy

viselkednek, mintha valami különös megmaradási törvényt elégítenének ki. Ezeket a lassú paraméterváltozás mellett megmaradó mennyiségeket *adiabatikus invariánsoknak* nevezzük.

Fázistér. A mechanikában *fázistérnek* nevezzük azt az absztrakt koordinátarendszert, melynek tengelyein az úgynevezett *általános koordinátákat* és *általános impluzusokat* ábrázoljuk. A következő problémákban a fázistér kétdimenziós. Lineáris mozgás esetén az általános koordináta egy referenciaponttól számított elmozdulás, míg az általános impulzus a lendület. Körmozgás esetén az általános koordináta egy referenciaponttól számított szögelfordulás, míg az általános impulzus a perdület.

Falak közt pattogó labda. Ebben a feladatban a gravitáció hatásától eltekintünk.

Az m tömegű pontszerű test két, kezdetben rögzített, egymástól h_0 távolságra levő rugalmas fal között „pattog”. A test egydimenziós mozgást végez, és mindig tökéletesen rugalmasan ütközik a falakkal, tehát sebességének v_0 nagysága nem változik. Ekkor **lassan** elkezdjük változtatni a falak h távolságát.

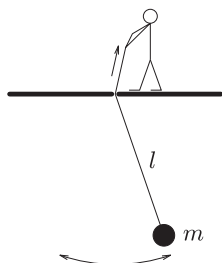
a) Változik-e, és ha igen, hogyan a test $v(h)$ sebessége a falak h távolságának függvényében?

b) Ábrázoljuk a falak különböző pillanatnyi helyzetei esetén a mozgást a fázistérben! Találunk-e valamilyen geometriai invariánst (megmaradó mennyiséget) a fázistérben?

c) Adjuk meg a kapcsolatot a falak h távolsága és a pattogó labda által a falakra kifejtett F átlagos erő között!

d) Az eddig megoldott problémák alapján próbáljuk meg „levezetni” az egyatomos ideális gáz adiabatájának állapotegyenletét! Tekintsünk N darab m tömegű rugalmas, pontszerű részecskét, melyek A alapterületű, h magasságú hengerben mozognak, ahol a h magasság egy dugattyú segítségével lassan változtatható. Határozzuk meg a henger $V = Ah$ térfogata és a részecskék által keltett átlagos p nyomás között a kapcsolatot! (Tegyük föl, hogy a gyakori ütközések következtében a részecskék izotróp módon mozognak.)

Változó hosszúságú inga. Tekintsük az l hosszúságú, m tömegű matematikai ingát, mely $\Phi \ll 1$ rad maximális szögkitéréssel csillapítatlanul leng.



a) Adjuk meg az inga kötelét feszítő erő $\bar{K}$ időátlagát!

Ezután **lassan** elkezdjük változtatni az inga l hosszát.

b) Változik-e, és ha igen, hogyan a lengés $\Phi(l)$ maximális szögkitérése az inga l hosszának függvényében? (Tegyük föl, hogy mindvégig $\Phi \ll 1$.) *Útmutatás:* Írjuk föl az ingára a munkatételt, miközben az inga hosszát Δl -lel megváltoztatjuk. A kötelerő munkájának számolásakor használjuk az előző pontban kiszámolt időátlagot.

c) Ábrázoljuk a mozgást különböző ingahosszak esetén a fázistérben, tehát a szögkitérés–impulzusmomentum koordinátarendszerben! Találunk-e valamilyen geometriai invariánst (megmaradó mennyiséget) a fázistérben?

Mágneses térben keringő töltés. Tekintsük az m tömegű, q töltésű pontszerű testet, mely B nagyságú, homogénnek tekinthető mágneses térben R sugarú körpályán egyenletes körmozgást végez. A mozgás nem relativisztikus.

a) Adjuk meg a körmozgás ω szögsebességét!

Ekkor **lassan** elkezdjük változtatni a B mágneses teret. (A tér mindvégig közel homogén marad, és iránya nem, csak nagysága változik.)

b) Változik-e, és ha igen, hogyan a keringés $R(B)$ sugara a mágneses tér függvényében? Találunk-e valamilyen invariánst (megmaradó mennyiséget)? (*Útmutatás:* Határozzuk meg, hogy változó mágneses tér esetén mennyivel változik a töltés kinetikus energiája egyetlen „kör” megtétele során.)

Kísérleti forduló

Fényszórás vizsgálata kolloid oldatban

Eszközök:

lézer tartóval;

üveghenger;

detektor (kapcsolási rajz alább): elektromos kapcsolás + voltmérő;

zseblámpaizzó, változtatható feszültségű adapterrel (az izzó üzemi feszültsége 3 V, néhány esetben ettől eltérően, a beállított értéken használja az adaptert!);

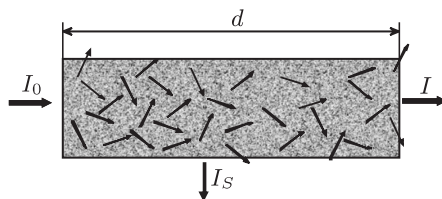
mm-papír, mm-papír csíkok;

állvány, kémcsőfogó;

kolloid oldat egy főzőpohárban;
orvosi fecskendő.

Általános ismeretek

Amikor fény halad át valamely közegen, akkor a kilépő I fényintenzitás többnyire kisebb, mint a belépő I_0 . A csökkenés alapvetően két folyamat, az abszorpció és a szórás következménye. További fényvesztéseget okoz a határfelületeken fellépő reflexiós veszteség, amely független a réteg vastagságától.



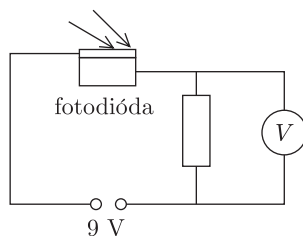
A folyamat mikroszkopikus magyarázata: A fény elektromos mezője mozgásba hozza a részecskéket (kényszerrezgés jön létre). A kényszerrezgés fázisa a beeső hullám fázisától különbözik, ez okozza a fény közegbeli, illetve vákuumbeli sebességének különbözőségét.

a) Ha a beeső hullám frekvenciája megegyezik – vagy legalábbis közel esik – a részecskék sajátfrekvenciájához, akkor rezonancia jön létre, majd az elnyelődő energia egy részét a tér minden irányába, általában kisebb energiájú sugárzással bocsátja ki a részecske. Ez a folyamat a vizsgált közegünkben elhanyagolható.

b) A fényszórás a részecskék sajátfrekvenciájától eltérő frekvenciákon történik. A szórt fény frekvenciája megegyezik a beeső fény frekvenciájával, iránya véletlenszerű, emiatt az eredeti irányban áthaladó fény intenzitása csökken. A vizsgálandó kolloid oldatunkban ez lesz a meghatározó oka a fény gyengülésének. Ha a közegre oldalról nézünk rá, látjuk is a szórt fényt. A fény hullámhosszához képest kis méretű részecskéken történő szórás esetén azt tapasztaljuk, hogy a hosszú hullámokat kevésbé hatásosan szórják, mint a rövid hullámokat. A probléma matematikai vizsgálatát Rayleigh végezte el elsőként, ezért ezt a típusú szórás Rayleigh-féle fényszórásnak is nevezik. Ez a folyamat felelős az ég kék és a nap sárgás színéért. Ha a szórás a fény hullámhosszánál nagyobb részecskéken történik, akkor Mie-féle szórásról beszélünk. Ebben az esetben a szórt fény intenzitása nem, vagy igen kis mértékben függ csak a hullámhossztól. Emiatt látjuk a felhőket fehér, vagy szürke színűnek.

Fényintenzitás mérése

A fényintenzitást a következő mérőeszközzel mérjük relatív egységekben: A fotodiódára záró irányú feszültséget kapcsolunk, mely a megvilágítás hatására vezetővé válik, ekkor az ellenálláson áram folyik. Voltmérővel mérjük az ellenálláson eső feszültséget.



Mérési feladatok:

1. A zseblámpaizzó segítségével mérje ki a feszültség változását az izzószál és a fotodióda távolságának függvényében! Ábrázolja grafikusan a feszültség–pozíció függvényt! Alkalmass transzformáció segítségével linearizálja a feszültség–pozíció függvényt! Állapítsa meg, hogy a feszültség mely tartományában függ lineárisan a fényintenzitástól! (A zseblámpaizzót pontszerű fényforrással közelítjük.) Egyes tartományokban ez a függvény eltérhet a lineáristól. Mi lehet ennek az oka?

Tanulmányozza a kolloid oldatban történő fényszórást! Mérje meg az üveghengerbe töltött folyadékon áthaladó lézervfény intenzitását az oldat vastagságának függvényében!

Megjegyzések: A fotodióda gondos elhelyezésével elérhető, hogy a fényfolt a fotodióda fényérzékeny részére essen. A lézervől kilépő fényt párhuzamos nyalábnak tekintjük. A belépő és kilépő felületeken fellépő reflexiós veszteségek hatását úgy lehet figyelembe venni, hogy referenciának egy kb. 5 mm-es folyadékoszlopnál mért intenzitást választunk.

2. Ábrázolja grafikonon a mért adatokat! Állapítson meg kvantitatív összefüggést az áthaladó lézervfény intenzitása és az oldat vastagsága között! Adjon meg olyan mennyiséget, amely jellemzi a fény gyengülését!

3. Az egyik asztalon talál néhány edényt, melyekben különböző kolloid oldatok vannak. Mindegyikbe világítson bele a lézervel és az izzólámpával. Írja le megfigyeléseit! Ezt a feladatot a versenyzők egymás után fogják elvégezni! Az oldatokat vigye a saját asztalához és ott végezzen megfigyeléseket! Ha elkészült a munkával kérjük vigye vissza az oldatokat!!!

Az elvégzett méréseiről és a levont következtetésekről készítsen mérési jegyzőkönyvet, mely tartalmazza a mért adatokat, és a mért adatokból a következtetésekig vezető gondolatmenetét!