

I. rész

1. a) Egy 1600 kötetes iskolai könyvtár magyar és angol nyelvű könyvekből áll. Magyar nyelvű a könyvek $p\%$ -a. Ezen könyvek $p\%$ -a angol fordításban is megtalálható a könyvtárban. Az eredetileg angol nyelven írt könyvek száma 64. Határozza meg a magyar és az angol nyelvű könyvek arányát.

b) Év végén a beszerzéseket követő felújítás során az összes könyvet egyforma dobozokba pakoljuk. Ha dobozonként 25 könyvet teszünk, akkor 17 könyv kimarad, ha 27 könyvet csomagolunk, akkor négy doboz üresen marad és az utolsónak megrakott dobozba is fér még 5 könyv. Hány dobozunk volt a pakoláshoz? Hány könyvvel gyarapodott a könyvtár állománya az év végére?

2. Az $x^2 + y^2 = 25$ egyenletű körhöz a 3 abszcisszájú pontjaiban érintőket rajzolunk.

a) Írjuk fel az érintők egyenletét.

b) Határozzuk meg az érintők hajlásszögét.

3. Mely valós számok teljesítik a

$$\log_{4-5x}(4x^2 + 1 - 4x) + \log_{2x-1}(13x - 4 - 10x^2) = 4$$

egyenlőséget?

4. Egy öttagú családban a szülők életkorának összege 80 év, közülük az apa az idősebb. Három fiuk életkora prímszám differenciájú számtani sorozat három egymást követő eleme, összegük 30. Hány évesek a család tagjai, ha az apa két évvel ezelőtt háromszor annyi idős volt, mint a legidősebb fiú, akinek a születésekor az anya 20 évesnél idősebb volt?

II. rész

5. Egy dobozban nyolc, tapintásra teljesen egyforma golyó van. Egyikükre a 3, másik kettőre a 2, ötre pedig az 1 számot írták. Valaki a golyók közül hármat kivessz, majd összeadja a golyókról leolvasott számokat.

a) Milyen eredményeket kaphat így?

b) Mennyi az egyes eredmények valószínűsége?

6. Egy téglalap két oldala 6 cm és 4 cm hosszú. Hol helyezkedik el a hosszabbik középvonalon az a P pont, amelyből az egyik 4 cm hosszú oldal kétszer akkora szögben látszik, mint a másik 4 cm-es oldal?

7. Egy négyszögű egyenes gúla alaplapja a oldalú négyzet és minden oldaléle 30° -os szöget zár be a gúla magasságával.

Mekkora területű síkidomban metszi a gúlát egy olyan sík, amelyik átmegy a gúla alaplapjának egyik csúcsán és merőleges a szemközti oldaléltre?

8. A 2006-os május–júniusi érettségi vizsgán az emelt szintű írásbeli dolgozatok javításával kapcsolatban az összes vizsgatárgynál tett tanulói észrevételek megoszlását látjuk az alábbi táblázatban.

Tantárgy	Beadványok száma	Írásbeli dolgozatok száma
Magyar nyelv és irodalom	1187	6251
Történelem	1660	11617
Matematika	657	6408
Biológia	855	5530
Fizika	149	1745
Angol nyelv	145	3956
Kémia	218	1814
Egyéb	614	8700
Összesen	5485	46021

a) Ábrázoljuk kördiagrammal a beadványok megoszlását.

b) Mennyi a terjedelme a hét tantárgynál a beadványok, illetve az írásbeli dolgozatok számának?

c) Határozzuk meg a beadványok számának a szórását a hét tantárgy figyelembevételével.

d) Melyik tantárgynál „reklamáltak” leginkább az érettségizők?

e) Számítsuk ki a hét tantárgyhoz tartozó beadványok számának részarányát százalékban, majd határozzuk meg az összesített részaránytól való átlagos abszolút eltérést.

9. Az $y = ax^2 + bx + c$ parabola átmegy az origón, és az $E(3; 6)$ pontjához húzott érintő meredeksége -4 .

a) Írjuk fel a parabola egyenletét.

b) Adjuk meg a parabola fentebb megadott érintőjének egyenletét.

c) Milyen arányban osztja az $y = 2x$ egyenes a parabola és az x tengely által közrefogott síkidom területét?