I. rész

1. Oldjuk meg a következő egyenletet: $\left(x-\sqrt{x-2}-2\right)\left(x-\sqrt{x-3}-3\right)=0.$ (*11 pont*)

2. Adott az $f\colon\ ]-1;5]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left|(x-2)^2-4\right|-4$ függvény.
a) Adjuk meg a koordinátarendszerben azon rácspontokat, amelyek illeszkednek a függvény grafikonjára.
b) Adjuk meg a függvény zérushelyeit.
c) Mely intervallumokon növekedő a függvény? (*12 pont*)

3. A koordinátarendszerben adott két pont: $A(1;5)$ és $B(7;7)$. Adjuk meg az x tengely azon P pontjának koordinátáit, amelyre
a) $AP=BP$;
b) $AP^2+BP^2=94$.
c) $AP+BP$ minimális; (*14 pont*)

4. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\left.\begin{aligned}2^{3x+2}&=4y^3-407y+20\\ x&=\log_2(y-4).\end{aligned}\right\}$$

(*14 pont*)

II. rész

5. Egy mértani sorozat első eleme a, a hányadosa q. Mennyi annak a mértani sorozatnak az első eleme, amelynek a hányadosa q^2, az első 25 elem összege pedig az adott sorozat első 50 elemének összegével egyenlő? (*16 pont*)

6. Egy érettségiző osztály a tablóját középpontosan szimmetrikus nyolcszög alakúra tervezte. A nyolcszöget egy 1 m $\times$ 1,4 m-es téglalap alakú lemezből szerették volna elkészíteni úgy, hogy a téglalap sarkainál négy egybevágó derékszögű háromszöget levágatnak. Ekkor természetesen a téglalap négy oldalegyenese a nyolcszögnek is oldalegyenese lesz. Az így kapott nyolcszög oldalai deciméterben mérve sorban: 7, 5, 3, 5, 7, 5, 3, 5. Mennyivel változna a hulladék mennyisége, ha ezt a nyolcszöget a másik négy oldalegyenese által meghatározott téglalapból vágatták volna ki? (*16 pont*)

7. Határozzuk meg azt a legkisebb pozitív x értéket, amelyre $\sin x$ és $\sin 2x$ egy derékszögű háromszög befogói, $\sin 3x$ pedig az átfogója. (*16 pont*)

8. Egy áruház szeretné megajándékozni azokat, akik az akciós májkonzervből legalább hetet vásárolnak. Az áruházban a konzervdobozokat négyzet alapú gúlába tornyozták. Például egy négy rétegű gúlát $16+9+4+1$ darab dobozból lehet elkészíteni. A vásárlók egy szerencsekerék megforgatásával 1-től 50-ig egyenlő eséllyel sorsolhatnak egy egész számot. Ha az ennyi rétegből felépíthető gúlában a konzervdobozok száma osztható 7-tel, akkor az illető ajándékot kap.
a) Az áruház dolgozói egy 16 rétegű gúlát építettek. Hány dobozt használtak fel?
b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy ajándékra jogosító számot pörgetünk?
c) Az egyik vásárló olyan számot forgatott, hogy az ennyi rétegű gúlában a dobozok száma 7-tel és 13-mal is osztható volt. Melyik szám lehetett ez? (*16 pont*)

9. Mennyi annak a forgástestnek a térfogata, amely az $f\colon[-10;10]\to\mathbb{R}$, $f(x)=0{,}004\,x(x+12)(x-12)+8$ harmadfokú függvény képének az x tengely körüli megforgatásával jön létre? (*16 pont*)