

I. rész

1. Hány csúcsa lehet annak az egyszerű teljes gráfnak, amelyben az élek száma a csúcsok számának hatszorosánál kevesebb, de ötszörösénél több? (11 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán:

$$\left. \begin{aligned} 4^{\frac{x+y}{1004}} - 4^{\frac{x+y}{2008}} &= 12 \\ 2007^{\log_x(2008y-x)} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (12 \text{ pont})$$

3. Adjuk meg a koordinátáikon azokat az $(x; y)$ pontokat, amelyek koordinátáira:

$$\left. \begin{aligned} \cos(x+y) &= 1 \\ \sin(x-y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14 \text{ pont})$$

4. Egy 24 személyes kulcsosházban 1 db 4 ágyas, 1 db 8 ágyas és 1 db 12 ágyas szoba van. A 4 ágyas szobában 1000 Ft egy személynek egy éjszaka, a 8 ágyas szobában 800 Ft, míg a 12 ágyasban 700 Ft. A házban a szobákat létszámtól függően fűtik be, anyagi megfontolások miatt, a táblázatnak megfelelően:

Személyek száma	1–4	5–8	9–12	13–16	17–20	20–24
Fűtött szobák	4 ágyas	8 ágyas	12 ágyas	4 ágyas + 12 ágyas	8 ágyas + 12 ágyas	Mind-három

Ha már több szobát is fűtenek, akkor feltölthetjük először az olcsóbb helyeket. A házat 1-től 24 főig bármekkora társaság lefoglalhatja.

- a) Mikor kevesebb az egy főre jutó átlagos szállásdíj, ha 15 fő vagy ha 21 fő csoport veszi ki a kulcsosházat?
- b) Van-e olyan csoportlétszám, amelynél érdemesebb több főre kivenni a házat, mint ahányan vannak?
- c) Állítsuk csökkenő sorba az egy főre eső átlagos szállásdíj szerint a létszámokat. (14 pont)

II. rész

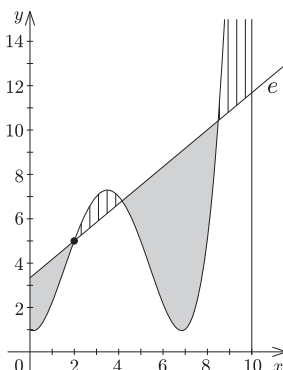
5. Egy zsákban kék és piros golyók vannak. Annak az esélye, hogy két húzásból két kék golyót húzunk, ötöde annak, hogy két pirosat húzunk és hatoda annak, hogy mindkét színből egyet. Minden golyó kihúzásának az esélye ugyanannyi. Hány piros és hány kék golyó van a zsákban? (16 pont)

6. Egy mértani és egy számtani sorozat megfelelő tagjainak különbsége 0; -3; 10; 103. Adjuk meg a két sorozatot. (16 pont)

7. Adjuk meg az

$$f(x) = \frac{1}{20}(x+1)(x-2)(x-5)(x-8) + 5$$

függvény $(2; 5)$ pontján átmenő e egyenes egyenletét úgy, hogy a $[0; 10]$ intervallumban a két görbe által közrezárt terület fele az e egyenes felett, fele az e egyenes alatt legyen. (16 pont)



8. Egy társaságból k embert p -féleképpen, $(k + 1)$ -et $2p$ -féleképpen, $(k + 2)$ -t $3p$ -féleképpen tudunk kiválasztani. Hány fős a társaság? (16 pont)

9. A Holdkorongra éppen úgy vetül a Föld árnyéka, hogy a Holdkorong középpontjából 120° -os, a Föld árnyékának középpontjából 60° -os szögben látszik a két kör közös húrja. Hányadrésze nem látható a Hold korongjának? (16 pont)

