

I. rész

1. Összeöntöttünk 5 kg 15 tömegszázalékos, 8 kg 20 tömegszázalékos és 12 kg 40 tömegszázalékos cukoroldatot. Az oldószer mindegyik esetben víz volt. Azóta beleborult 40 dkg cukor, elpárolgott a víz 12 százaléka, és az egyensúly beállt.

- a) Hány százalékos az oldat most?
 b) Hányadrészt kell vízzel helyettesíteni az oldatnak, ha 10 tömegszázalékos oldatot szeretnénk kapni? (11 pont)

2. A következő táblázat a földrészek lakosságának számát mutatja 1995-ben.

Földrész	Lakosság (millió fő)
Európa	682
Ázsia	3498
Afrika	730
Észak-Amerika	293
Közép- és Dél-Amerika	481
Ausztrália és Óceánia	32

- a) Állapítsuk meg az adatsokaság átlagát, szórását.
 b) Készítsünk diagramot a Föld lakosságának kontinensek szerinti eloszlásáról. (12 pont)

3. a) Tudjuk, hogy p és $10p - 1$ pozitív prímszámok. Lehet-e prímszám a $10p + 1$?

b) Péter és Pál mindketten nagyon okosak. Egy alkalommal Péter azt mondta Pálnak:

– Az imént meglátogattak engem hárman. Az életkoruk összege négyvel több, mint a tiéd, az életkoruk szorzata a 35 négyzetének a duplája, és mindegyikük több, mint négyéves.

– Nem tudom a választ – közölte rövid gondolkodás után Pál.

– Az egyik látogatóm idősebb nálam – folytatta Péter a párbeszédet.

– Akkor tudom a választ – mondta Pál.

Mennyi Péter és Pál közt a korkülönbség? (14 pont)

4. a) Adott a síkon 2007 darab olyan pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesbe. Ezek közül három pont zöld. Tekintsük az összes olyan háromszöget, amelyeket a 2007 pont meghatároz. Hány olyan van ezek között, amelynek van zöld csúcsa?

b) Mutassuk meg, hogy a Fibonacci-sorozat bármely két szomszédos tagja relatív prím.

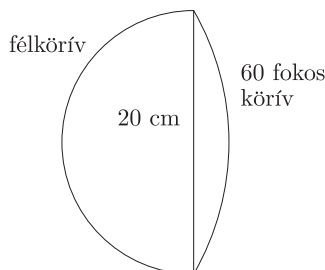
(A Fibonacci-sorozat képzési szabálya: $a_1 = 1$; $a_2 = 1$; $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, minden $n > 2$ esetén.) (14 pont)

II. rész

5. a) Oldjuk meg a következő egyenletet: $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$.

b) Hány megoldása van a $\cos x = \frac{|x|}{2\pi}$ egyenletnek? (16 pont)

6. Az ábrán fából készült kerítésoszlopok keresztmetszetét látjuk. A 80 db kerítésoszlop mindegyike 3 méter hosszú, és 1 méteres darabjuk lesz a földben. A kerítésoszlopoknak ezt a részét speciális folyadékkal itatják át, hogy tartósabbak legyenek.



a) Mennyi folyadékra van szükség, ha 1 m^3 faanyag 2,5 liter folyadékot „nyelt el”?

b) Mennyi festékre van szükség a már felállított kerítésoszlopok festéséhez, ha a használt festékből $1 \text{ kg } 4 \text{ m}^2$ -re elegendő? (16 pont)

7. Hajótörtek egy lakatlan, növényzet nélküli szigeten azt tervezik, hogy a viharban zátonyra futott eredeti vitorlás hajójuk darabjaiból új, kisebb hajót építenek. A vihar az árbocot véletlenszerűen három darabra törte. Ha

az eredeti 40 m hosszú árbocnak maradt egy legalább 20 m-es darabja, akkor a hajó megépíthető. Mi a valószínűsége annak, hogy amikor visszaúsznak a hajóroncsához, találnak ilyen darabot? *(16 pont)*

8. Egy vállalatnál 100 db henger alakú, 1 m^3 belső térfogatú, speciális fémlemezről kialakított zárt tartályt rendeltek. A megrendelő csak a térfogatot és az alakot határozta meg. Mekkora legyen a henger magassága, ha a vállalat a lehető legkevesebb anyagot szeretné felhasználni? *(16 pont)*

9. A tengerpart mentén sík terepen állomásozó saját tüzérségét, és az ugyancsak a tengerpart menti sík terepen található ellenséges gyalogos hadtest helyzetét vizsgálja a hadvezér egy 480 m magas hegy tetejéről. A két hadtest látszólagos távolsága $71,2^\circ$. A hadvezér a tüzérséget $6^\circ 30'$, a gyalogságot 8° depressziószög alatt látja. Kiadja-e a matematikához jól értő hadvezér a tűzparancsot, ha tudja, hogy tüzérsége ágyúinak maximális lőtávolsága 4 km? *(16 pont)*