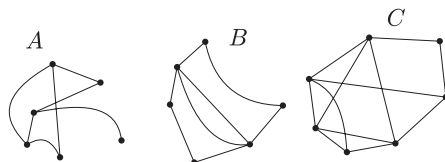


I. rész

1. a) A gráf minden élét pontosan egyszer tartalmazó vonalat Euler-vonalnak, az olyan Euler-vonalat, amelynek a kezdő és a végpontja egybeesik, Euler-körnek nevezzük. Az *ábrán* látható három gráf közül mely gráfoknak van Euler-vonala, illetve Euler-köre?

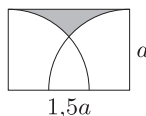


b) Milyen számjegyeket helyettesíthetnek a betűk, ha $R = 0$, különböző betűk különböző számokat jelölnek és az összeadás természetesen helyes eredményt ad?

$$\begin{array}{r} \text{O R O L} \\ + \text{A M O} \\ \hline \text{A R R A} \end{array}$$

2. Egy derékszögű háromszög két csúcsa $A(7; 1)$, $B(7; 7)$. Hol lehet a háromszög harmadik csúcsa, ha körülírt köre áthalad az origón? Írjuk fel ennek a körnek az egyenletét.

3. Az *ábrán* látható téglalap oldalai a és $1,5a$. Mekkora az a sugarú negyedkörlapok által fedetlenül hagyott (az *ábrán* sötétre színezett) terület nagysága?



4. Sík terepen A és B megközelíthetetlen tereppontok távolságát kell meghatároznunk. Ezért kitűzünk egy C pontot, ahonnan a keresett távolságot 60° -os szög alatt látjuk. A 60° -os szög felező egyenesén 50 m-t megtéve, az AB szakasztól távolodva a D pontba jutunk. Innen az A pontba mutató irány 20° -os szöget, a B pontba mutató irány 10° -os szöget zár be az általunk megtett útszakasszal. Mekkora az AB távolság?

II. rész

5. a) Rendezzük nagyság szerint növekedő sorrendbe azokat a k számokat, amelyekre teljesül, hogy

$$7 \mid k^3 + 9k^2 + 23k + 15.$$

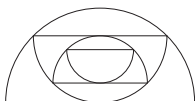
Mennyi az így kapott sorozat első 100 elemének az összege?

b) Legyen $a > 1$. Határozzuk meg a következő kifejezés értékét:

$$\frac{\frac{\lg(\lg a)}{\lg a - \lg a}}{a - \lg a}.$$

6. Egy dobozban 4 piros és 2 sárga golyó van. Visszatevés nélkül húzunk addig, amíg az első sárga golyót kihúzzuk. A kísérlet kimenetele az ehhez szükséges húzások száma. Ábrázoljuk az így definiált valószínűségi változó eloszlását, illetve számoljuk ki a várható értékét.

7. Az 1 dm átmérőjű félkörbe az *ábrán* látható módon újabb félköröket írunk. Mennyi a második félkör területe és kerülete? Milyen sorozatot határoznak meg a félkörök kerületei és területei? Véges értéket kapunk-e, ha összeadjuk az így keletkeztetett végtelen sok félkör területét? Ha igen, akkor mennyi ez az összeg?



8. Tekintsük a valós számokon értelmezett következő függvényt:

$$x \mapsto x^3 + 4x^2 + 5x.$$

- a) Határozzuk meg a függvény zérushelyeit.
- b) Van-e a függvénynek lokális szélsőértéke? Ha van, akkor határozzuk meg.
- c) Jellemezzük a függvényt növekedés és fogyás szempontjából.
- d) Van-e a függvénynek inflexiós pontja? Ha van, akkor határozzuk meg.
- e) Írjuk fel a függvény érintőjének egyenletét a 0 abszcisszájú pontjában.

9. A táblázat nyolc ország adatait tartalmazza.

- a) Állítsuk növekvő sorrendbe az egyes országokat népsűrűség szerint.
- b) Melyik országban a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy egy állampolgár fővárosi?
- c) Hányféleképpen tudunk kiválasztani az itt felsorolt országok közül négyet úgy, hogy pontosan két európai és pontosan két ázsiai legyen köztük?
- d) Tekintsük ezen országok lakosságának számát egy számsokaság elemeinek. Mennyi ennek a számsokaságnak a terjedelme és az átlaga?

Ország	Terület (km ²)	Lakosok száma (fő)	Főváros	Főváros lakossága (fő)
Ausztrália	7 682 300	17 483 000	Canberra	197 000
Banglades	147 570	111 400 000	Dhaka	3 683 000
Hollandia	33 939	15 298 000	Amszterdam	720 000
India	3 287 263	846 303 000	Új Delhi	273 000
Kína	9 608 378	1 198 340 000	Peking	7 000 000
Magyarország	93 036	10 310 000	Budapest	1 992 000
Málta	316	362 000	Valletta	9210
Mongólia	1 565 500	2 250 000	Ulánbátor	619 000