I. rész

1. Az ABC háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-2;-3)$, $B(8;1)$ és $C(2;5)$.
a) Írjuk fel a háromszög oldalegyeneseinek egyenletét.
b) Számítsuk ki a háromszög legnagyobb belső szögét. (*11 pont*)

2. *a*) Döntsük el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
1.) Egy négyszögnek lehet két oldalegyenese párhuzamos.
2.) Egy négyszögnek lehet két szemközti oldalegyenese párhuzamos.
3.) Egy négyszögnek lehet két szomszédos oldalegyenese párhuzamos.
4.) Egy négyszögnek lehet két oldalegyenese merőleges.
5.) Egy négyszögnek lehet két szemközti oldalegyenese merőleges.
6.) Egy négyszögnek lehet két szomszédos oldalegyenese merőleges.
b) Ha valaki csak véletlenszerűen írja az igaz vagy hamis válaszokat az előző feladatban, akkor mekkora valószínűséggel lesz minden válasza helyes?
c) Az *a*) feladatban az is elképzelhető, hogy valaki nem tud dönteni. Valamelyik állítás esetén nem ír semmit. Hányféle válaszadás képzelhető el így összesen? (*12 pont*)

3. Mely x-ekre értelmezhetők az alábbi kifejezések:
a) $\lg \sqrt{x^2+4x-12}$;
b) $\sqrt{\lg\left(x^2+4x-12\right)}$? (*14 pont*)

4. Legyen $f(x)=x^6-3x^4+3x^2$. Számítsuk ki az $f\left(\sqrt{\sqrt[3]{3}+1}\right)$ helyettesítési értéket. (*14 pont*)

II. rész

5. A koordinátarendszerben az origót kössük össze kétféleképpen az $(a;a^2)$ koordinátájú ponttal (a pozitív valós szám), először a két pontra illeszkedő egyenessel, majd a két pontra illeszkedő $f(x)=x^2$ hozzárendeléssel megadott függvény görbéjével. Mindkét esetben forgassuk meg az összekötő vonalat az x tengely körül.
a) Számítsuk ki az így keletkezett két forgástest térfogatát, ha $a=2$.
b) Adjuk meg az a függvényében, hogy a kisebb test térfogata hány százaléka a nagyobb test térfogatának. (*16 pont*)

6. Határozzuk meg azokat a valós x értékeket, amelyekre

$$\frac{\sqrt{x+5}-2}{\sqrt{x+7}+3}:\frac{\sqrt{x+6}-1}{\sqrt{x+8}+4}\le 0.$$

(*16 pont*)

7. *a*) Számítsuk ki annak a háromszög alapú egyenes hasábnak a térfogatát, amelynek alapélei $a=8$ cm, $b=10$ cm, $c=14$ cm, a hasáb m magasságáról pedig tudjuk, hogy $m=m_a$, ahol m_a az alapháromszög a oldalához tartozó magasság.
b) Mekkora a térfogata annak a legnagyobb hengernek, amely elfér az előzőekben megadott hasábban és a tengelye párhuzamos a hasáb magasságával? (*16 pont*)

8. Egy trapéz alakú telket a szárak egy-egy pontját összekötő, a párhuzamos oldalakkal párhuzamos kerítéssel szeretnék két egyenlő területű részre vágni. Adjuk meg az építendő kerítés hosszát a trapéz két párhuzamos oldalhosszának függvényében. (*16 pont*)

9. Adjuk meg a k paraméter azon értékeit, amelyekre a

$$\sin^4 x+\cos^4 x=k-\frac{1}{4},\qquad \text{és a}\qquad \sin^4 x+\cos^4 x=k+\frac{1}{4}$$

egyenletnek is van megoldása. (*16 pont*)