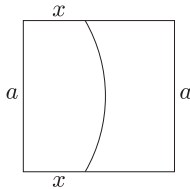


I. rész

1. 50 liter 80%-os töménységű etilalkoholt tartalmazó edényből valamennyit kivettünk, majd a hiányt vízzel póoltuk. Aztán 3 literrel kevesebbet vettünk ki, mint előzőleg, és ezt a hiányt is vízzel póoltuk. Jelenleg az edényben az etilalkohol és a víz mennyisége azonos. Mennyit vettünk ki először?

2. Mennyi az x , ha az a sugarú körív felezi az a oldalú négyzet területét?



3. Szabadon engedünk 379 méhecskét egy téglatest alakú helyiségben melynek élhosszúságai: 9 m, 7 m, 6 m. Bizonyítsuk be, hogy bármely időpillanatban létezik 2 olyan méhecske, melyek távolsága 1,8 m-nél kisebb.

4. a) Micimackó a szomszédos málnás megvásárlására 10 000 peták kölcsönt vett fel a Hangya Takarékszövetkezettől 10 év futamidőre, évi 8% kamatra, évenkénti törlesztéssel. Mennyit kell évente visszafizetnie Micimackónak? (A törlesztő részlet minden évben azonos.)

b) Hány évre kellett volna Micimackónak felvenni a kölcsönt, ha évi 2200 petákat szeretne visszafizetni?

II. rész

5. a) Határozzuk meg a $\sin 2x + 1 = 3(\sin x + \cos x) - 2$ egyenlet valós megoldásait.

b) Milyen n természetes számra lesz a $3 \cdot 5^n + n^2 + 4n + 4$ kifejezés osztható 100-zal?

6. Adottak a következő függvények:

$$f: x \in [-5; 10[,$$

$$x \mapsto ||x - 2| - 2| - 2|,$$

$$g: x \in]-1; 4],$$

$$x \mapsto -x^2 + 4x + 2.$$

a) Ábrázoljuk közös koordináta rendszerben az f és a g függvényeket.

b) Milyen x értékekre igaz, hogy $f(x) > g(x)$?

c) Számítsuk ki a két függvénygörbe által bezárt síkidom területét.

7. Térképésztanulók 3 dimenziós koordináta-rendszerbe foglalták egy felülnézetből 1000 m-szer 1000 m-es nagyságú, négyzet alakú terep adatait. Az origó a terület délnyugati sarokpontja, melynek tengerszintfeletti magassága 320 m. A tereppontok koordinátái méterben értendők. Az első koordináta (x) a keleti, a második (y) pedig az északi irányban vett kiterjedést jelöli. A függőleges kiterjedéseket a koordinátahármasok harmadik tagja (z) jelöli. (z lehet negatív is.)

a) Milyen emelkedési szögben látszik az $A(31; 40; 110)$ magaslatról a $B(221; 52; 340)$ magaslat?

b) Mi az A és a B magaslatokat összekötő egyenes x és y tengelyek által meghatározott síkra vonatkozó merőleges vetületének egyenlete az x, y koordinátarendszerben?

c) Mekkora a tengerszint feletti magassága annak a sziklának, melynek C csúcsa a $D(400; 400; 30)$, $E(500; 500; 30)$, $F(500; 400; 30)$ pontokkal együtt $100\,000\text{ m}^3$ térfogatú gúlát határoz meg?

8. Egy nagyvárosban 21 szolgáltatóház működik. Ezek közül tizenháromban vállalnak kulcsmásolást, tizenegyben képeretkészítést, és nyolc szolgáltatóház vállalja a kész munkadarabok házhoz szállítását. Az összes szolgáltatóház nyújtja valamelyiket az előző három szolgáltatás közül. Négy olyan szolgáltatóház van, ahol nem vállalnak képeretkészítést, és házhoz sem szállítanak. Három szolgáltatóház a kérdéses három szolgáltatás közül csak házhoz szállítást nem vállal. Csak egy olyan szolgáltatóház van, amely házhoz szállít, de a másik két szolgáltatást nem nyújtja.

a) Mutassuk meg, hogy nincs két olyan szolgáltatóház, amely mindhárom említett szolgáltatást nyújtja.

b) Hány olyan szolgáltatóház van, amely csak képeret készít a kérdéses három szolgáltatás közül?

c) Úgy értesültünk, hogy a következő héten valamelyik szolgáltatóház a kérdéses három szolgáltatás közül egy újat emel a profiljába. Mi a valószínűsége annak, hogy ezzel lesz két olyan szolgáltatóház, amely mindhárom említett szolgáltatást nyújtja?

9. Egy sportiskola 12 fős csoportjának néhány adatát tartalmazza a következő táblázat:

Sorszám a naplóban	Testmagasság (cm)	Lábméret	Egyéni csúcs távolugrásban 2004-ben (cm)	Egyéni csúcs távolugrásban 2005-ben (cm)
1.	169	40	401	429
2.	180	42	432	425
3.	159	40	370	405
4.	191	45	520	531
5.	181	43	462	461
6.	176	44	448	482
7.	174	43	430	422
8.	170	42	419	426
9.	173	44	359	380
10.	188	44	602	581
11.	201	47	–	473
12.	169	40	388	388

- a) Számítsuk ki, hány százalékkal változtak a diákok egyéni csúcsai távolugrásban 2004-ről 2005-re? Állítsa sorba a diákok naplóbeli sorszámát e változás növekvő sorrendje alapján.
- b) Ábrázoljuk a lábméretek gyakoriságát, illetve relatív gyakoriságát a megfelelő diagramokon.
- c) Hányféleképpen választható ki három diák úgy, hogy van köztük az átlagnál alacsonyabb is és magasabb is?