

I. rész

1. a) Van-e megoldása a következő egyenletnek a pozitív egész számok halmazán?

$$1! + 2! + 3! + \dots + x! = 2y.$$

b) Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{\cos \alpha}.$$

2. Sanyi félévi bizonyítványát mutatja a *táblázat*.

magyar irodalom	5 (jeles)
magyar nyelv	4 (jó)
történelem	4 (jó)
matematika	3 (közepes)
angol nyelv	4 (jó)
német nyelv	3 (közepes)
fizika	2 (elégséges)
kémia	3 (közepes)
biológia	2 (elégséges)
rajz	4 (jó)
ének-zene	5 (jeles)
testnevelés	5 (jeles)

- a) Adjuk meg Sanyi jegyeinek móduszát, mediánját és terjedelmét.
b) Számítsuk ki Sanyi tanulmányi átlagát (a jegyek számtani közepét).
c) Adjuk meg az érdemjegyek szórását.
d) Ábrázoljuk a jegyek százalékos eloszlását kördiagramon.

3. Melyek azok az x pozitív egész számok, amelyekre igaz, hogy $x^4 + 4$ prímszám?

4. Egy mértani sorozat első és harmadik elemének az összege 40. Ha az első elemhez 4-et, a második elemhez pedig 6-ot adunk, akkor a harmadik elemmel együtt egy számtani sorozat három szomszédos eleméhez jutunk. Melyik ez a mértani sorozat?

II. rész

5. Milyen arányban osztja az y tengely az $f(x) = x^2 - 4$ és a $g(x) = -x^2 - 2x$ függvények görbéi által határolt területet?

6. Egy henger alakú fekvő tartály alapkörének a sugara 1 m, a henger alkotója 3 m. A tartályban a víz magassága jelenleg 1,6 m. A víz egy részét kiengedjük egy elegendően nagy térfogatú, álló henger alakú edénybe. Az edény alapkörének sugara 0,5 m. Milyen magas lesz ebben az edényben a vízszint, ha a fekvő hengerben 0,3 m-t süllyedt a víz magassága?

7. Egy üzem azt a megrendelést kapta, hogy készítsen el 100 db 1 dm³ térfogatú felül nyitott kúp alakú fagyalt-tölcsért. Az alapanyag drága, a megrendelő pedig csak a kúp térfogatát írta elő. Milyen nyílásszögű kúp esetén lesz minimális az anyagköltség?

8. Hol lehet annak a derékszögű háromszögnek a derékszögű csúcsa, melynek területe 25 egység, és az átfogójának a két végpontja $A(1; -2)$ és $B(6; 8)$?

9. a) Van-e egy 25 fős társaságban 3 olyan ember, akik ugyanabban a hónapban születtek? Indokoljuk a választ.

b) Az egyjegyű pozitív egész számok halmazából kiválasztunk egy tetszőleges részhalmazt. Mi a valószínűsége, hogy ebben az 1 vagy a 2 benne van?

c) Az egyjegyű pozitív egész számokat halmazából maximum hány olyan részhalmazt tudunk kiválasztani, amelyek közül bármely kettőnek van közös eleme?