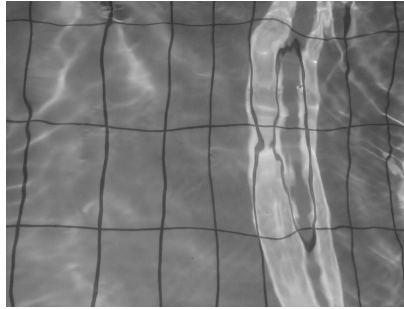
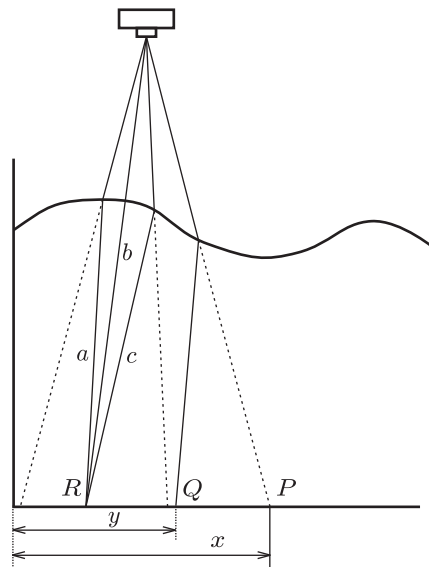


Egy érdekes fénykép látható a KöMaL 2005. évi májusi számának hátsó borítóján. A kép egy uszodában készült, digitális fényképezőgéppel (*Tichy Géza* felvétele). Az 1 méter mély medence fenekén levő csempemintázatot a víz fénytörése eltorzította, hullámossá tette. De vajon hogyan jöhetett létre a kép jobb oldalán látható hosszúkas, *zárt* alakzat az eredeti rácsegyenesekből?



Az uszodákban a víz felszíne szinte mindig hullámos. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy a vízfelszín alakja csak az egyik irányban változik számottevően, a másik irányban haladva mindenhol ugyanolyan alakú. Tekintsük egy ilyen víz hullámnak az „érdekes” iránnyal párhuzamos függőleges síkú metszetét (*1. ábra*).



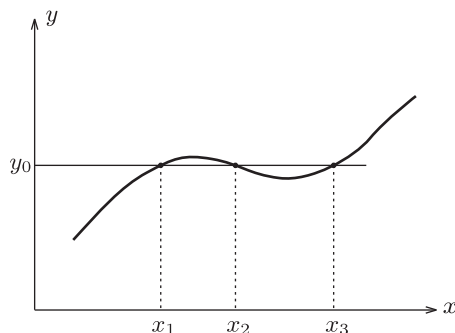
1. ábra

A medence fenekének valamely Q pontjából kiinduló fénysugarak közül az ér a fényképezőgép objektívjébe, amelynek meghosszabbítása a P pontban metszené a medence alját jelentő egyenest. Emiatt a fényképen a Q pont, amely a medence szélétől y távolságra fekszik, a fényképen a P pontban, a medence szélétől x távolságra látszik. Az y és x mennyiségek közötti függvénykapcsolatot a vízfelszín pillanatnyi alakja (és a víz törésmutatója) határozza meg.

Érdemes a fénysugarakat a tényleges terjedési irányukkal ellentétesen, a fényképezőgéptől elindulva nyomon követni. (Valamikor régen éppen így képzeltek el a látás mechanizmusát: a szemből kiinduló „látósugarakkal” próbálták magyarázni a vizuális élmény kialakulását!) Ha a fényképezőgéptől indulva megcélozzuk a P pontot és követjük a fénysugarat egészen a Q pontig – vagyis megkeressük az x helyen látszódozó képhez tartozó tárgy helyét megadó y távolságot –, nyilván egy egyértelmű (egyértékű, vagyis minden x -hez egyetlen jól meghatározott értékű y -t rendelő)

$$y = f(x)$$

függvénykapcsolatot kapunk. Ez a függvény azonban nem feltétlenül monoton, és emiatt általában nem is invertálható. Előfordulhat ugyanis, hogy az x változó több különböző értékéhez ugyanaz az y tartozik. Erre példa az *1. ábrán* látható R pontból kiinduló a , b és c fénysugarak esete. Az $y = f(x)$ függvény tehát bizonyos tartományokban több helyen (x_1, x_2, x_3) is felveszi ugyanazt az y_0 értéket, jellegét tekintve tehát olyan, mint a *2. ábrán* látható „visszahajló” függvény.



2. ábra

Mivel a kicsit hullámos vízhez tartozó $f(x)$ függvény monoton növekvő, a 2. ábráról az is leolvasható, hogy az ugyanakkora y -hoz tartozó x értékek száma mindig páratlan kell legyen (a szélsőérték-pontoknak megfelelő elfajult esetek x_i gyökei kétszeresen számítandók).

A medence alján végighúzódnó vonalak különböző pontjai tehát általában 1 helyen, de néha 3 (vagy még több) különböző helyen láthatók. Az, hogy pontosan hány-szoros képet látunk, a vízfelszín alakjától függ. A közölt fényképen látható zárt görbe tehát úgy jött létre, hogy valamelyik egyenes vonal (feltehetően a zárt huroktól balra látszó csík) bizonyos része (az a darabja, amely fölött erősebben hullámzott a víz) *megháromszorozódott*. Ahogy távolodunk az erősen hullámos tartománytól, úgy simul ki az $y = f(x)$ függvény grafikonjának „visszahajló” része, az x_i -k közül kettő (mondjuk x_1 és x_2) közeledni kezd egymáshoz, majd amikor az $y = y_0$ egyenes $f(x)$ érintőjévé válik, sőt még azon is túlmegegy, akkor a két „főlsleges” x_i eltűnik és csak a harmadik – immár egyetlen – x_3 marad a fényképen.

Elképzelhető olyan hullámkép is, amelynél az erősebben hullámos tartomány (tehát a vízfelszínnek az a része, ahol az $x(y)$ inverz függvény „3 értékű”) határaihoz közeledve az egyik oldalon az x_1 és x_2 értékek futnak össze, a másik oldalon viszont x_2 és x_3 . Ebben az esetben a valóságban egyenes vonalnak „szellemképe” nem egy vele összeköttetésben nem álló zárt görbe lesz, hanem megmarad egyetlen folytonos vonalnak, amely azonban erősen eltorzul, S alakban visszahajlik. Elvben az is megvalósulhat, hogy $f(x)$ 5 különböző pontban veszi fel ugyanazt a függvényértéket: ilyenkor az egyenes vonalnak két zárt görbéből álló szellemképe is lesz.

Olvasóink között feltehetően sokan vannak, akik szeretnek fényképezni, s a mai technikai lehetőségek mellett olcsón (a sikertelen próbálkozásokat rögtön kitörölve a gépükből) és remélhetően sikeresen „vadászhatnak” egzotikus optikai jelenségekre.