

1. Egy lift 15 m/sec sebességgel süllyed. Abban a pillanatban, amikor elhalad mellettünk, elejtünk egy követ. Mikor és hol éri utol az eső kő a liftet? Mennyi ekkor a kő sebessége?

Megoldás. Az utolérés abban a t másodpercben történik, amikor a lift és a kő útja egyenlő. A kő útja cm-ben: $\frac{g}{2}t^2 = 490t^2$, a lift útja cm-ben: $1500t$. Ezek az utak egyenlők:

$$490t^2 = 1500t.$$

Az egyenlet egyik megoldása $t = 0$. Ez igaz, mert a kő elejtésének pillanatában valóban együtt volt a lift és a kő. Az egyenlet másik gyökének megkeresése céljából egyszerűsítünk és rendezünk:

$$490t = 1500, \quad t = 1500 : 490 = 3,06 \text{ sec.}$$

Ekkor találkozik a kő a lifttel. A kő, illetve lift által addig megtett út $1500 \cdot 3,06 = 4590 \text{ cm} = 45,90 \text{ m}$.

Ami a kő sebességét illeti, téves azt hinni, hogy a találkozásakor egyezik a lift sebességével. A kő sebessége $v = gt = 980 \cdot 3,06 = 3000 \text{ cm/sec}$. Ez éppen a lift sebességének a kétszerese. Könnyen belátható az, hogy a kő sebessége éppen a lift sebességének kétszerese kell, hogy legyen. A kő annyi utat tesz meg, mint az egyenletes mozgással haladó lift, viszont sebessége az indulás pillanatában 0 volt és egyenletesen nőtt fel a végértékre, közepes sebessége mindig a végsebesség fele, vagyis végsebessége a közepes sebességének éppen a kétszerese. Ez bizonyítható betűkkel végzett számítással is. Legyen a lift sebessége c , ekkor az utak egyenlőségét kifejező egyenlet:

$$\frac{g}{2}t^2 = ct.$$

Ennek a minket érdeklő megoldása $t = \frac{2c}{g}$. Ebben a pillanatban a kő sebessége $v = gt = g \cdot \frac{2c}{g} = 2c$.

2. *Üvegpalack belsei térfogata 80 cm³. Az üvegpalackban 12 cm³. térfogatú vasdarab fekszik és az üveg pontosan tele van töltve alkohollal. Mindez 0°-on érvényes. Mennyi alkohol folyik ki az üvegből, ha a hőmérséklet 65°-ra emelkedik? Az üveg lineáris hőkiterjedési együtthatója $9 \cdot 10^{-6} \text{ fok}^{-1}$, a vas lineáris hőkiterjedési együtthatója $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ fok}^{-1}$, az alkohol köbös hőkiterjedési együtthatója $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ fok}^{-1}$.*

Megoldás. Az alkohol eredeti térfogata 0°-on: $80 - 12 = 68 \text{ cm}^3$, megnövekedett térfogata 65°-on: $68 \cdot (1 + 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 65) = 72,86 \text{ cm}^3$.

Az üvegpalack belseje úgy terjed ki, mintha belseje is üvegből volna. (L. Kérdezz – felelek! – rovatunkat!) Az üveg köbös hőkiterjedési együtthatója a lineáris hőkiterjedési együttható 3-szorosa, vagyis $3 \cdot 9 \cdot 10^{-6} = 27 \cdot 10^{-6} \text{ fok}^{-1}$. Az üvegpalack belsejének térfogata 65°-on $80 \cdot (1 + 27 \cdot 10^{-6} \cdot 65) = 80,14 \text{ cm}^3$.

A vasdarab köbös hőkiterjedési együtthatója $3 \cdot 11 \cdot 10^{-6} = 33 \cdot 10^{-6} \text{ fok}^{-1}$. A vasdarab térfogata 65°-on: $12 \cdot (1 + 33 \cdot 10^{-6} \cdot 65) = 12,03 \text{ cm}^3$.

A meleg edényben az alkohol rendelkezésre álló térfogat $80,14 - 12,03 = 68,11 \text{ cm}^3$. Az alkohol megnövekedett térfogata $72,86 \text{ cm}^3$ lévén, az üvegből kifolyik $72,86 - 68,11 = 4,75 \text{ cm}^3$ 65°-os alkohol.

Teljesség kedvéért kérdezhetjük, mennyi volna 0°-on ennek a folyadék-mennyiségnek a térfogata? Ennek kiszámítására szolgáló egyenlet:

$$4,75 = V_0 \cdot (1 + 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 65),$$

innen $V_0 = 4,43 \text{ cm}^3$.