

## I. rész

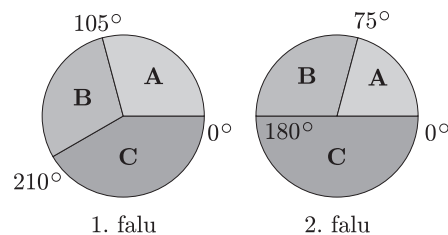
1. Az  $A$  és  $B$  helységek közötti távolság  $\frac{1}{4}$  részét egy kerékpáros 1 óra alatt tette meg, a hátralevő utat pedig 4 óra alatt. Sebességének mérőszáma (km/órában) mindkét szakaszon egész szám, melyek legkisebb közös többszöröse 72. Mekkora az  $AB$  távolság? (11 pont)

2. a) Oldjuk meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{cases} \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} x} = xy \\ xy + 4 = 2(x + y). \end{cases} \quad (7 \text{ pont})$$

b) Egy számtani sorozat első tagja az egyenletrendszer  $x$ ,  $y$  megoldása közül a nagyobbik, differenciája pedig a kisebbik. Hány kétjegyű pozitív egész tagja van a sorozatnak? (6 pont)

3. Három falu közös polgármestert választ. Három jelölt (**A**, **B** és **C**) közül lehet választani. Az 1. faluban 2016, a 2.-ban 1320 választásra jogosult járult az urnákhoz. A kördiagramok az 1. és a 2. faluban született eredményeket szemléltetik. Sajnos a 3. faluban született eredményt szemléltető kördiagram elveszett.



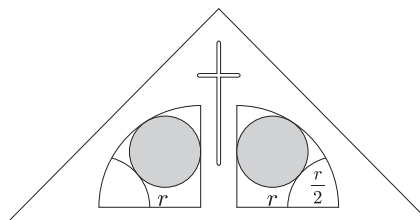
A választás összesített végeredménye:

**A** jelölt: 1599 szavazat,   **B** jelölt: 2169 szavazat,   **C** jelölt: 1776 szavazat.

a) Készítsük el a 3. falu választási eredményét szemléltető kördiagramot. (10 pont)

b) Hány lakosa van a 3. falunak, ha a falu lakosainak 72%-a volt választásra jogosult és a választásra jogosultak 56%-a vett részt a szavazáson? (4 pont)

4. Az *ábrán* egy falucska építendő kápolnájának díszítőeleme látható. Mekkora a besatírozott körök (üvegablakok) sugara, ha a külső negyedkörök sugara:  $r = 80$  cm? (14 pont)



## II. rész

5. Legyen az  $A$  halmaz az (1), a  $B$  halmaz pedig a (2) kifejezés értelmezési tartománya:

$$(1) \quad \sqrt{2 \sin^2 \pi x - \cos \pi x - 1}, \quad (2) \quad \lg(-3x^2 + 17x - 10).$$

Határozzuk meg

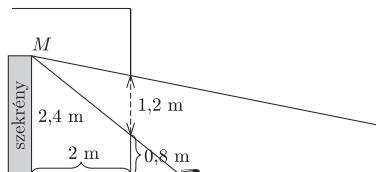
a) az  $A \cap B$  halmaz elemeit;

(11 pont)

b) a  $B - A$  halmaz elemeit.

(5 pont)

6. A faltól 2 méterre levő, 2,4 méter magas szekrény sarkának  $M$  pontjában ül egy madár és az 1,2 m magasságú ablakon át figyeli, amint egy bogár mászik az udvaron a ház falára merőleges irányban 0,8 méter/perc sebességgel. Az ablak alsó széle a földtől 0,8 méter magasban van. Mennyi ideig látja a madár a bogarat? (16 pont)



7. Az  $f(x) = x^2 + ax + b$  és  $g(x) = x^2 + bx + a$  függvényekhez ( $a > b$ ) pontosan egy olyan  $x_0$  hely található, melyben a függvények görbéjéhez tartozó érintők merőlegesek egymásra.

a) Ábrázoljuk a  $h(x) = f(x) - g(x)$  függvényt.

(8 pont)

b) Számítsuk ki az  $f(x)$  és  $g(x)$  függvények görbéje, valamint az  $y$  tengely által közbezárt terület nagyságát. (8 pont)

8. András meglátott egy reklámújságban egy igen kedvező árú gesztenenyuszit. Amikor meg akarta vásárolni, döbbenet tapasztalta, hogy a pénztárnál 66 Ft híján az újságban feltüntetett ár kétszeresét számlázták. Miután panaszt tett, kiderült, hogy az újságban a háromjegyű ár első és harmadik számjegyét véletlenül felcserélték. Mennyit kell fizetnie Andrásnak, ha megveszi az árut? (16 pont)

9. a) Adott három párhuzamos egyenes; mindegyiken pirosra festettünk 5 pontot. Tekintsük az összes háromszöget, melyek csúcsai pirosak, két csúcsuk valamelyik egyenesen, a harmadik pedig egy másik egyenesen van; majd tekintsük az összes olyan piros csúcsú négyszöget, melyek két-két csúcsa egy-egy egyenesre illeszkedik. Miből van több: háromszögből vagy négyszögből? (6 pont)

b) Legyen most adva két párhuzamos egyenes; egyikükön  $n$  ( $n \geq 2$ ), a másikon pedig  $(n + 1)$  piros pont. Ismét képezzük az összes háromszöget, illetve négyszöget, melyek csúcsai pirosak. Most miből van több, háromszögből vagy négyszögből? (10 pont)