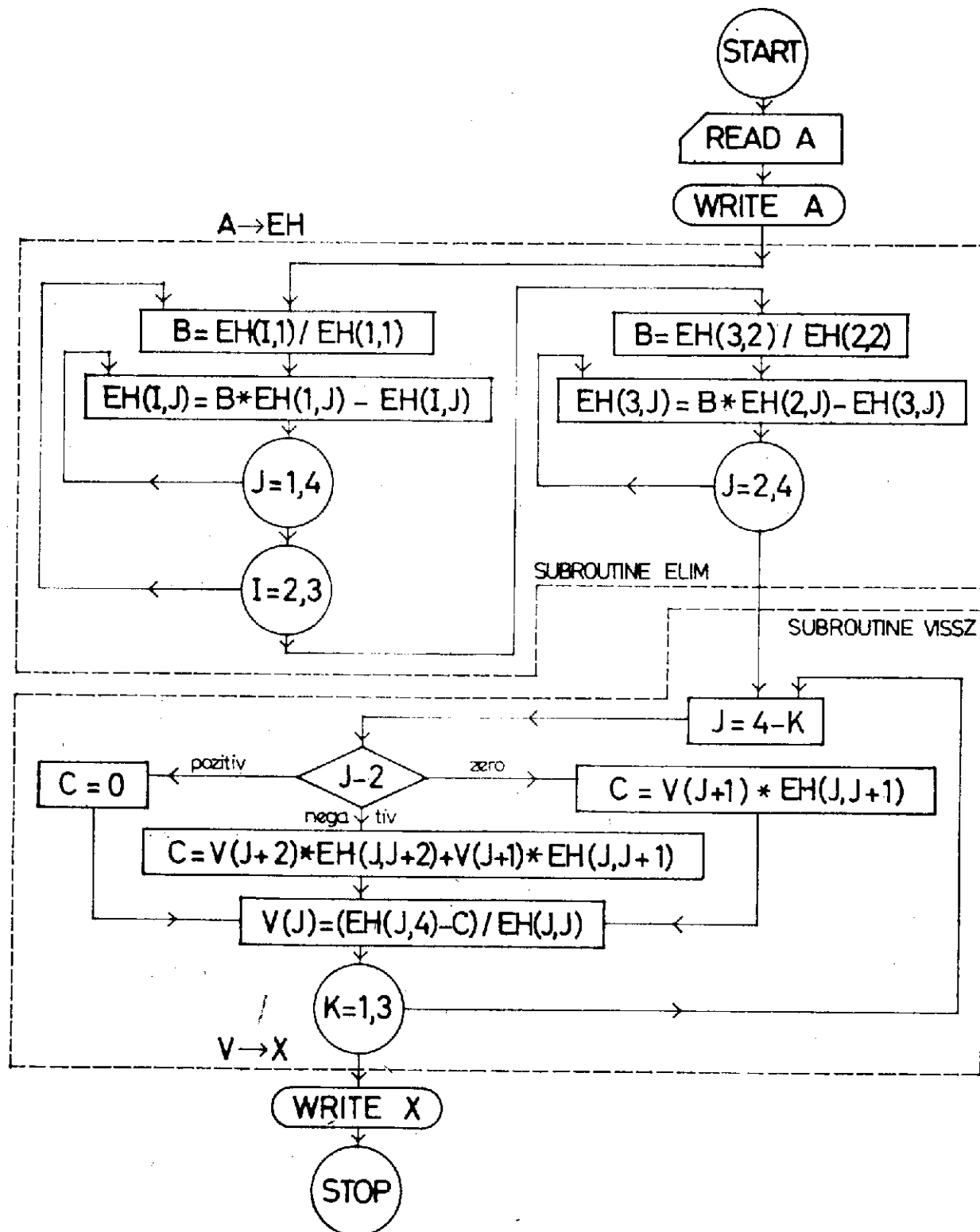


Az előző részben kitűzött feladat megoldása

Feladat:

Program készítő, amely a példaként hozott egyenletrendszer együtthatóit kártyáról beolvassa, és az egyenletet eliminációs módszerrel megoldja. A program álljon két szubrutinból, az első az eliminációt, a második a visszafejtést hajtsa végre. Nyomtatandók egymás alatti sorokban az adott egyenletrendszer egyenletei és néhány sorral ezek alatt az eredményül kapott gyökök. Az egyenletek együtthatói három kártyán helyezkednek el, egy kártyán 15–15 karakterszélességű mezőben három tizedesjegy pontossággal egy egyenlet együtthatói.



1. ábra

Megoldás:

A program, melynek blokkdiagramját az 1. ábrán látjuk, az alábbi lehet:

		MASTER PR12
		DIMENSION A(3, 4), X(3)
		READ(1, 100)((A(I, J), J = 1, 4), I = 1, 3)
		WRITE(3, 101)((A(I, J), J = 1, 4), I = 1, 3)
		CALL ELIM(A)
		CALL VISSZ (A, X)
		WRITE(3, 102)((K, X(K)), K = 1, 3)
100		FORMAT (2(4F15.3/), 4F15.3)
101		FORMAT (1H1, 5(/), 30X, 22HAZEREDETIEGYUTHATOO.
	X	8H MATRIX : ///3(30X, 4(F15.3, 5X///))
102	Y	FORMAT(///3(30X, 11HAGYOEKOEK : ///3(30X, 1HX, 1,
		3H =, F15.5//))
		STOP
		END
		SUBROUTINE ELIM(EH)
		DIMENSION EH(3, 4)
		DO 2 I = 2, 3
		B = EH(I, 1)/EH(1, 1)
		DO 1 J = 1, 4
1		EH(I, J) = B * EH(1, J) - EH(I, J)
2		CONTINUE
		B = EH(3, 2)/EH(2, 2)
		DO 3 J = 2, 4
3		EH(3, J) = B * EH(2, J) - EH(3, J)
		RETURN
		END
		SUBROUTINEVISSZ(EH, V)
		DIMENSIONEH(3, 4), V(3)
		DO 2 K = 1, 3
		J = 4 - K
		IF(J - 2)3, 4, 0
		C = 0
		GO TO 5
4		C = V(J + 1) * EH(J, J + 1)
		GO TO 5
3		C = V(J + 2) * EH(J, J + 2) + V(J + 1) * EH(J, J + 1)
5		V(J) = (EH(J, 4) - C)/EH(J, J)
2		CONTINUE
		RETURN
		END
		FINISH

Megjegyzés:

Bizonyára sokan vannak, akik az eliminációs részben az alábbi (vagy elvileg azzal megegyező) ciklust szervezték:

		DO 2 I = 2, 3
		DO 1 J = 1, 4
1		EH(I, J) = (EH(I, 1) * EH(1, J)/EH(1, 1) - EH(I, J)
2		CONTINUE

Ez hibás, mert ameddig J=1, addig EH(I, 1) értékes 2, de ha I=2, akkor EH(I, 1) értéke zérus és az is marad a negyedik ciklusig! Vagyis az első menetben a második egyenletnek csak az első együtthatója lenne helyes, a többi már nem.

6.1 fejezet folytatása

Tekintsünk most egy általánosan felírt elsőfokú n ismeretlenes egyenletrendszer:

$$a_{1, 1} \cdot x_1 + a_{1, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{1, n} \cdot x_n = a_{1, n+1}$$

$$a_{2, 1} \cdot x_1 + a_{2, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{2, n} \cdot x_n = a_{2, n+1}$$

⋮

$$a_{n, 1} \cdot x_1 + a_{n, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{n, n} \cdot x_n = a_{n, n+1}$$

aminek rövidebb írásmódja:

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j = a_{i,n+1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

(Ezek felelnek meg a korábban $E_{0,i}$ -val jelölt egyenleteknek.) A program az egyenletrendszerből csak az együtthatókat és az abszolút tagokat veszi át, mint adatokat, és ezekből számítja a gyököket.

Az együtthatók n soros, és $n + 1$ oszlopos mátrixot alkotnak:

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} & a_{1,n+1} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} & a_{2,n+1} \\ & & \ddots & & \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} & a_{n,n+1} \end{pmatrix} = [a_{i,j}]_{n,n+1}$$

Az a megszorítás, hogy csak inhomogén egyenletekkel foglalkozunk, azt jelenti, hogy a mátrix $(n + 1)$ -dik oszlopában nem lehet valamennyi elem zérus, azaz

$$\sum_{i=1}^n |a_{i,n+1}| \neq 0$$

Ezen kívül, mivel bizonyos együtthatókkal osztanunk kell, ideiglenesen feltételezzük, hogy az osztó együtthatók nem zérusok. Később ennek tisztázására visszatérünk. Az első menetből kapott egyenletek az alábbiak:

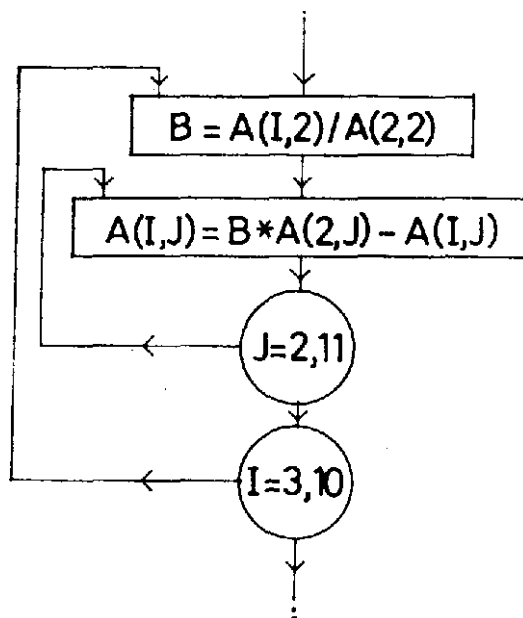
$$\begin{aligned} E_{1,1} &= E_{0,1} && \rightarrow \sum_{j=1}^n a_{1,j} \cdot x_j = a_{1,n+1} \\ E_{1,2} &= \frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,2} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{2,j} \right) x_j = \frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{2,n+1} \\ E_{1,3} &= \frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,3} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{3,j} \right) x_j = \frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{3,n+1} \\ E_{1,n} &= \frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,n} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{n,j} \right) x_j = \frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{n,n+1}. \end{aligned}$$

A menet során az eredeti együttható mátrixot változtatjuk meg, mivel ha minden menetben újabb mátrixot akarnánk betölteni, igen nagy tárhelykapacitást kellene lekötnünk, fölöslegesen.

Az új együttható mátrixot is $[a_{i,j}]_{n,(n+1)}$ -el jelöljük és azt mondjuk, hogy az első menet során a mátrix elemeinek aktuális értéke megváltozott. Ennek eredményeként az első oszlopban a második sortól lefelé minden elem zérus.

Az eddig elmondottakat egy példán mutatjuk be:

Legyen az egyenletrendszer 10 ismeretlenes, jelöljük az együttható mátrixot **A**-val. Az első menetet a 2. ábrán látható blokkdiagram alapján készített program valósítja meg.

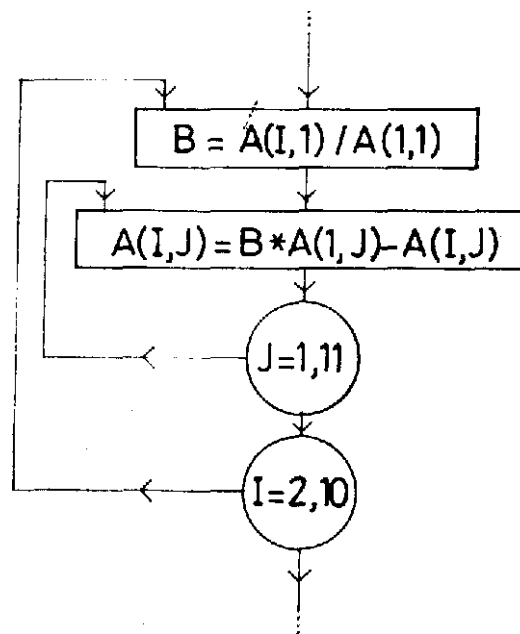


2. ábra

Visszatérve az általános tárgyalásmódra vizsgáljuk meg a második menetet.

$$\begin{aligned}
 E_{2,1} &= E_{1,1} \rightarrow \text{változatlan} \\
 E_{2,2} &= E_{1,2} \rightarrow \text{változatlan} \\
 E_{2,3} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,3}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{3,j} \right) x_j = \frac{a_{2,3}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{3,n+1} \\
 E_{2,4} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,4}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{4,j} \right) x_j = \frac{a_{2,4}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{4,n+1} \\
 &\vdots \\
 E_{2,n} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,n}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{n,j} \right) x_j = \frac{a_{2,n}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{n,n+1}
 \end{aligned}$$

Az együttható mátrix aktuális értékei ezzel újra megváltoztak, mégpedig úgy, hogy a második oszlop elemei a harmadik sortól kezdve szintén zérus értékűek lettek. Példánkra vonatkozóan a 3. ábra mutatja a második menetnek megfelelő blokkdiagramot.



3. ábra

Az elmondottakból következik, hogy általános esetben $(n - 1)$, példánk esetében 9 menet lehetséges az elimináció során.

Feladat:

- 1) Blokkdiagram készítendő a 10 ismeretlenes lineáris egyenletrendszer eliminációs program részletéhez.
- 2) Az elkészült blokkdiagram alapján ELIM azonosítójú SUBROUTINE készítendő.