Az alább közölt négy feladat, amelyet *dr. Pál Jenő* tanársegéd állított össze, az elmúlt néhány év felvételi feladatsorainak legnehezebb feladataival egyenlő nehézségű. A feladatok megoldásai beküldhetők. A dolgozatok javítását és értékelését a TTK V. éves mat.-fiz. Szakos tanárjelöltjeinek egy csoportja vállalta *Appel György* tanár vezetésével. A beküldött és kijavított dolgozatokat visszaküldik mindazoknak, akik mellékelnek egy felbélyegzett válaszborítékot saját nevükre és címükre kitöltve. Kérjük a beküldőket, hogy minden feladatot *külön lapra* írjanak. Minden lapra írják fel *a nevüket* és *a feladat számát.*

A feladatok megoldása természetesen nem számít bele a felvételi pontszámaiba. A tudáson kívül semmiféle előnyhöz nem juttatja a megoldókat.

A dolgozatokat a következő címre küldjék:

Appel György, Kosshuth Lajos Gimn.
Budapest XX., Ady E. u. 142.
1204

A beküldés határideje: 1979 április 20.

*

1. Bizonyítsuk be, hogy az $a>0$, $b>0$, $c>0$ hosszúságú szakaszokból akkor és csak akkor szerkeszthető háromszög, ha a

$$pa^2+qb^2>pqc^2$$

egyenlőtlenség teljesül minden olyan p és q valós számra, amelynek összege 1.

(16 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x_1+\frac{2}{x_1}&=2x_2,\\ x_2+\frac{2}{x_2}&=2x_3,\\ &\vdots\\ x_{n-1}+\frac{2}{x_{n-1}}&=2x_n,\\ x_n+\frac{2}{x_n}&=2x_1. \end{aligned}$$

(15 pont)

3. Egy háromszög csúcspontjainak a síkjában fekvő két, egymásra merőleges egyenestől mért távolságai természetes számok. Lehet-e a háromszög szabályos?

(13 pont)

4. Legyen n természetes szám, $a_1,\ \ldots,\ a_n, 1\alpha_1, 1\ldots, 1\alpha_n$ adott valós számok. Tegyük fel, hogy a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x)=a_1\cos(\alpha_1+x)+a_2\cos(\alpha_2+x)+\ldots+a_n\cos(\alpha_n+x)$$

függvényre

$$f(0)=f(x_1)=0$$

teljesül valamely $x_1\neq k\pi$ (k egész szám) esetén. Bizonyítsuk be, hogy ekkor minden x valós számra $f(x)=0$.

(11 pont)