

1. Mely x értékekre igaz, hogy

a) $9 - (x - 1)^2 > 0$?

b) $2|\sin x| = \frac{3}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2}$?

c) az a) és b) alatti relációk egyszerre teljesülnek?

2. Egy szabályos ötszög átlója 8 cm hosszú.

a) Mekkora az oldala?

b) Mekkora a területe?

c) Mekkora részekre osztja az egyik átlóját az öt metsző két átló?

3. Egy gépkocsi egyenes úton, egyenletesen halad. A vezető két órakor, és három órakor egy-egy kilométer táblát lát, melyeken lévő kétjegyű számok számjegyei ugyanazok, kétféle sorrendben. Négy órakor is egy tábla mellett halad el, amelyen egy háromjegyű szám áll. Ez úgy néz ki, mint a két órával előbb látott szám, csak a két jegy között egy nulla van. Határozza meg a gépkocsi sebességét!

4 órakor az autó visszafordul és visszamegy a két órakor látott tábláig. Mekkora sebességgel kell haladnia, hogy az oda-vissza útra vonatkozó átlagsebessége 20%-kal több legyen, mint kettő és négy óra között?

4. Egy bank kétféle befektetést kínál.

Az első: a betett összeg 1 millió Ft alatti része 5,5%-ot, az 1 millió Ft és 3 millió Ft közötti része 6%-ot, 3 millió Ft felett 7%-ot kamatozik, évenkénti kamatjöváírással.

A második: háromhavi 1,6%-os kamat, negyedévi jóváírással.

Hasonlítsa össze a kétféle befektetést a betét függvényében.

5. Igazoljuk a következő állításokat:

a) Minden 3-nál nagyobb prímszámnak van 6-tal osztható szomszédja.

b) $n^4 + 4$ összetett szám, ha n egynél nagyobb egész szám.

6. Egy angol nyelvi csoportban hat fiú és négy lány tanul. A tanár három felelőt hív ki. Mennyi a valószínűsége, hogy fiú is és lány is van a felelők között?

7. Mi az értékkészlete a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) = \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x}$$

függvénynek?

Határozzuk meg a maximum és a minimum helyet is.

8. Egy társaság tagjai a francia és a német nyelv közül legalább az egyiket beszélik. Németül 70%-uk, franciául 60%-uk beszél.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenül megszólított személy nem tud németül válaszolni?

b) Hányan beszélnek csupán egy nyelvet, ha 12-en nem tudnak franciául?

c) Mi a válasz az a) kérdésre a b) feltétel mellett, ha a társaság 6 olyan taggal bővült, akik mindkét nyelvet beszélik?

9. Egy áruházban két egyenlő területű téglalap alapú eladóteret akarnak kialakítani („A” és „B”).

A rendelkezésre álló hely és az üzemeltetés feltételei szükségessé teszik, hogy:

– az „A” terület szélessége 8 m-rel rövidebb legyen, mint a hosszúsága.

– a „B” terület szélessége 1 m-rel kevesebb legyen, mint az „A” terület szélessége.

– a „B” terület hosszúságának minimálisnak kell lenni.

Adjuk meg a két terület méreteit.