Az OM honlapján (`http://www.om.hu`) található 2005-ben bevezetésre kerülő kétszintű matematika vizsga mintafeladatai

I. rész

– A feladatok megoldására 45 perc fordítható.

– A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.

1. Adott két halmaz:
$A = \{$egyjegyű pozitív páratlan számok$\}$;
$B = \{2; 3; 5; 7\}$.
Sorolja fel az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmaz elemeit! (*2 pont*)

2. Jelölje be, hogy az alábbi egyenlőségek igaz vagy hamis állítások! ($a > 0$, $a \neq 1$)
a) $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ (*1 pont*)
b) $a^8 : a^2 = a^4$. (*1 pont*)

3. Adott a következő hétjegyű szám: $135947X$. Milyen számjegyeket írhatunk az X helyére, hogy az így kapott hétjegyű szám 4-gyel osztható legyen? (*2 pont*)

4. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

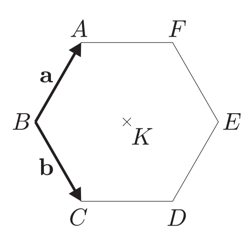
$$3^x = 81 \qquad (\textit{2 pont})$$

5. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést! Írja le a megoldás egyes lépéseit!

$$\frac{x^2-1}{x-1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}. \qquad (\textit{2 pont})$$

6. Hányféleképpen lehet egy 10 fős társaságból egy elnököt és egy titkárt választani? Megoldását indokolja! (*2 pont*)

7. Egy szabályos hatszög csúcsai: A, B, C, D, E, F, középpontja K. Legyen a $\overrightarrow{BA} = \mathbf{a}$ és $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$. Fejezze ki a megadott vektorok segítségével a $\overrightarrow{DE}$ és a $\overrightarrow{BK}$ vektorokat! (*3 pont*)



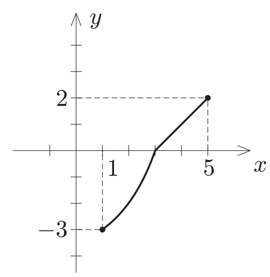
8. Egy szabályos pénzérmét háromszor feldobunk. Mekkora az esélye, hogy egyszer fejet és kétszer írást kapjunk? Megoldását indokolja! (*3 pont*)

9. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! Megoldását indokolja!

$$\frac{2}{3}(x^2-1) = 10. \qquad (\textit{4 pont})$$

10. Milyen valós x-ekre értelmezhetők a következő kifejezések?
a) $\sqrt{5-x}$ (*2 pont*)
b) $\lg(5-x)$ (*2 pont*)

11. Mi az alábbi, grafikonjával megadott függvény értelmezési tartománya és értékkészlete? (*4 pont*)



II. rész

A

– A feladatok megoldására 135 perc fordítható.

– A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.

12. Kör alakú amfiteátrum küzdőterének két átellenes pontjában áll egy-egy gladiátor, az uralkodó a pálya szélén ül. A gladiátorok egyenes vonalban odafutnak az uralkodóhoz. Az egyik 20 métert, a másik eggyel többet tesz meg, amíg odaér. Mekkora az amfiteátrum sugara? Készítsen ábrát is a megoldáshoz! (*12 pont*)

13. Magyarországon egy átlagos család egy főre eső napi vízfogyasztása 152 liter. Ez a fogyasztás több részből tevődik össze: főzés, mosogatás, WC-használat, mosakodás, mosás, egyebek. A felsoroltak vízfogyasztási aránya rendre 4%, 4%, 25%, 26%, 30%, 11%. A vízdíj 140 Ft/m^3.

a) Ha minden egyes mosásnál egy takarékosabb mosógéppel 25%-kal kevesebbet használunk, akkor – a lakosság létszámát 10 millióra kerekítve – hány m^3 vizet takarít meg az ország lakossága egy év (365 nap) alatt? (*6 pont*)

b) Ez hány százaléka az összes vízfogyasztásnak? (*3 pont*)

c) Mennyi naponta a lakossági megtakarítás értéke összesen? Az eredményt adja meg normálalakban is! (*3 pont*)

14. Egy adatsor öt számból áll, amelyből kettő elveszett, a maradék három: 3; 4; 7. Tudjuk, hogy a módusz 4, és az adatok átlaga (számtani közepe) 6,5.

a) Mi a számsor hiányzó két adata? Válaszát indokolja! (*5 pont*)

b) Mennyi az adatok mediánja? Válaszát indokolja! (*3 pont*)

c) Számolja ki az adatok szórását! (*4 pont*)

II. rész

B

A 15.–17. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania.

15. Reklámcélokra fémből készült tömör dísztárgyakat gyártanak. Ha olyan négyzet alapú szabályos gúla alakúakat öntenek, ahol a gúla alapéle is, magassága is 5 cm, akkor 100 darabra elég a nyersanyag.

a) Mekkora a nyersanyag térfogata? (*3 pont*)

b) Mennyibe kerülne a 100 gúla befestése, ha 1 m^2 felület festési költsége 1200 Ft? (*7 pont*)

Az ellenőrzés során kiderült, hogy az elkészült dísztárgyak 5%-a selejtes. A 100 gúlát tartalmazó dobozból véletlenszerűen nyolcat választunk ki.

c) Hányféleképpen lehet kiválasztani nyolc hibátlan kockát? (*2 pont*)

d) Mennyi az esélye, hogy a nyolc darab kiválasztott gúla közül éppen 3 darab lesz selejtes? (*5 pont*)

16. *a*) Mutassa meg, hogy a $4^{2x^2-26x+75}=64$ egyenletnek a valós számok körében csak a 4 és a 9 a megoldásai! (*5 pont*)

b) Egy számtani sorozat első tagja a $4^{2x^2-26x+75}=64$ egyenlet nagyobbik gyöke, a számtani sorozat különbsége pedig az egyenlet kisebbik gyöke. Adja meg e számtani sorozat első 5 tagjának az összegét! (*4 pont*)

c) Ha e sorozat első n tagjának összege 3649, akkor mennyi az n értéke? (*8 pont*)

17. Írja fel annak a két egyenesnek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a $3x-4y=0$ egyenletű egyenessel, és érintik az $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ egyenletű kört! (*17 pont*)

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Kérjük, hogy a dolgozatok javítását a javítási útmutató alapján végezze, a következők figyelembevételével:

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes részpontszámokat is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól eltérő megoldás születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább bonthatók. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél kevésbé részletezett.
- Ha a megoldásban számolási hiba, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hiba esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Egy feladatra adott megoldások közül csak egy (a magasabb pontszámú) értékelhető.
- A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- A vizsgadolgozat I. részében kitűzött feladatok esetében elég a helyes választ megadni, amennyiben a feladat szövege nem rendelkezik másképp. A javítás során azt az eredményt, illetve megoldást kell figyelembe venni, amit a vizsgázó az erre a célra szolgáló keretbe írt. Ha ott esetleges hibás megoldás áthúzása miatt nem maradt hely a vizsgázó által helyesnek ítélt válasz számára, akkor figyelembe vehető a kereten kívül szereplő helyes válasz is.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Ha a pontozási útmutató a feladat ellenőrzéséért pontot ad, akkor az csak abban az esetben adható meg, ha a vizsgázó valamilyen formában írásban rögzíti az ellenőrzés tényét. (Itt minden elvileg helyes módszer elfogadható.)
- A középszintű vizsgafeladatsor II/B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani, csak a többi feladatot. Ha ezen előírások alapján a javító számára nem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz.

I. rész

1. feladat. $A = \{1;3;5;7;9\}$, $B = \{2;3;5;7\}$.
(Az elemek felsorolásáért nem jár pont.)

$A \cap B = \{3;5;7\}$.	1 pont
$A \setminus B = \{1;9\}$.	
(Jó halmazábra is elfogadható.)	1 pont

(Ha nem használja a halmazjelölést, csak felsorol, akkor is jár a pont.)

Összesen: 2 pont

2. feladat.
a) hamis. 1 pont
b) hamis. 1 pont

Összesen: 2 pont

3. feladat. $X = 2$. 1 pont
$X = 6$. 1 pont
(Ha a helyes számok mellett rossz számjegyek is szerepelnek: 0 pont)

Összesen: 2 pont

4. feladat. $x = 4$. 2 pont
(Levezetés nélkül is jár a 2 pont.)

Összesen: 2 pont

5. feladat. $\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)\cdot(x-1)}{x-1} =$
(A nevezetes azonosság felírásáért.) 1 pont
$= x + 1$.
(A jó végeredményért.) 1 pont

Összesen: 2 pont

6. feladat. Az elnököt 10 tagból 10-féleképpen, a titkárt pedig 9 tagból 9-féleképpen lehet kiválasztani: $10 \cdot 9$. 1 pont
90.
(Ha csak a végeredményt közli, akkor 1 pont adható.) 1 pont

Összesen: 2 pont

7. feladat. $\overrightarrow{DE} = \mathbf{a}$
(Ha $\mathbf{a}$ helyett $\overrightarrow{BA}$ szerepel, az is elfogadható.) 1 pont
$\overrightarrow{BK} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$. 2 pont

Összesen: 3 pont

8. feladat. A lehetőségek:
fff; ffi; fif; iff; <u>fii</u>; <u>ifi</u>; <u>iif</u>; iii. 1 pont
A nyolc közül csak három jó, ezért az esély $\frac{3}{8}$.
(Ha csak a jó végeredményt írja fel, akkor is jár a 2 pont.) 2 pont

Összesen: 3 pont

9. feladat. $x^2 - 1 = 15$.
$x^2 = 16$.
(Ha az $x^2 = 16$ egyenletig eljut.) 2 pont
$x = 4$. 1 pont
$x = -4$. 1 pont
(Ha $|x| = 4$ a végeredmény, azért 3 pont adható.)

Összesen: 4 pont

10. feladat. a) $x \leq 5$. 2 pont
(Ha az egyenlőség nem szerepel, akkor 1 pont adható.)

Összesen: 2 pont

b) $x < 5$. 2 pont
(Ha az egyenlőséget is megengedi, akkor 1 pont adható.)

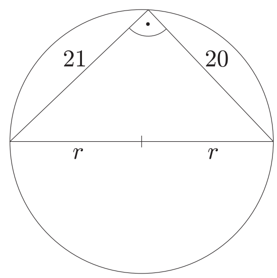
Összesen: 2 pont

11. feladat. É. T: $[1;5]$. 2 pont
É. K: $[-3;2]$. 2 pont
(Ha valamelyik intervallum pontatlan, akkor arra a részre csak 1 pont jár.)

Összesen: 4 pont

II./A rész

12. feladat.



(Megfelelő rajz (kör; átmérő két végpontja és egy kerületi pont).) 2 pont
Derékszögű háromszög.
(Thalész-tétel említése szövegben, vagy a derékszög jelölése a rajzon.) 2 pont
$(2r)^2 = 20^2 + 21^2$.
(Pitagorasz-tétel felírása. Ha a zárójel hiányzik, de úgy folytatja, mintha lenne, akkor csak 2 pont jár. Ha a zárójel hiányzik, és e szerint is folytatja, akkor az egész feladatra maximum 8 pontot kaphat.) 3 pont
$4r^2 = 400 + 441$. 1 pont
$r^2 = \frac{841}{4}$.
(Egyenletrendezés.) 2 pont
$r = \sqrt{210{,}25}$.
$r = 14{,}5$.
(A sugár jó kiszámolása.) 1 pont
Tehát a keresett sugár 14,5 méter.
(Szöveges válasz. Ha nem ír szöveges választ, de helyes eredményt ad meg mértékegységgel együtt, akkor is jár az 1 pont.) 1 pont

Összesen: 12 pont

13. feladat. *a*) Naponta 152 liter, ennek 30%-a: $152 \text{ liter} \cdot 0{,}3 = 45{,}6$ liter. 1 pont
A megtakarítás naponta: $45{,}6 \text{ liter} \cdot 0{,}25 = 11{,}4$ liter. 1 pont
10^7 lakosra: $11{,}4 \cdot 10^7$ liter.
(Ha a mértékegységet nem írja ki minden sorban, az is elfogadható.) 2 pont
1 év alatt: $11{,}4 \cdot 10^7 \cdot 365 \text{ liter} = 4{,}161 \cdot 10^{10}$ liter. 1 pont
A megtakarítás: $4{,}161 \cdot 10^7 \text{ m}^3$. 1 pont
(A mértékegységnek a végeredményben szerepelnie kell.)

Összesen: 6 pont

b) *1. megoldás:*
A megtakarítás %-ban kifejezve:
$0{,}3 \cdot 0{,}25 = 0{,}075$, azaz 7,5%. 3 pont

Összesen: 3 pont

2. megoldás:

Az éves összes vízfogyasztás: $152 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot 10^7 \cdot 365 = 5{,}548 \cdot 10^8\ \mathrm{m}^3$. 1 pont

A megtakarítás %-ban kifejezve:

$\dfrac{4{,}161 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^3}{5{,}548 \cdot 10^8\ \mathrm{m}^3} = 0{,}075$, 1 pont

azaz 7,5%. 1 pont

Összesen: 3 pont

c) A lakossági megtakarítás naponta:

$11{,}4 \cdot 10^7$ liter $= 11{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{m}^3$. 1 pont

A lakossági megtakarítás értéke:

$11{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{m}^3 \cdot 140\ \mathrm{Ft/m}^3 = 15\,960\,000$ Ft naponta. 1 pont

Normálalakban: $1{,}596 \cdot 10^7$ Ft. 1 pont

(Ha az *a*) részben rossz eredményt kap, és ezzel jól számol a *b*) és a *c*) részben, akkor ezekre jár a 3, ill. 3 pont.)

Összesen: 3 pont

14. feladat. *a*) Az átlag: $\dfrac{3+4+7+x+y}{5} = 6{,}5$. 1 pont

$x + y = 18{,}5$. 1 pont

A módusz 4, ezért a 4 legalább kétszer előfordul: 1 pont

az egyik szám 4; 1 pont

a másik pedig 14,5. 1 pont

(Bármilyen helyes gondolatmenettel kapott helyes eredményért 5 pont jár.)

Összesen: 5 pont

b) A medián: 4, mivel a 1 pont

3; 4; 4; 7; 14,5 adatsorban a középső éppen 4. 2 pont

Összesen: 3 pont

c) $\sigma = \sqrt{\dfrac{(6{,}5-3)^2 + 2\cdot(6{,}5-4)^2 + (6{,}5-7)^2 + (6{,}5-14{,}5)^2}{5}}$. 2 pont

(Ha nem írja fel a képletet, hanem a számológép segítségével számol, akkor is jár a 2 pont.)

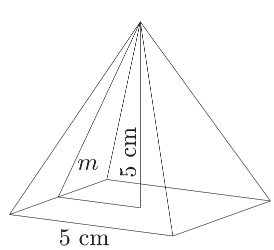
Az adathalmaz szórása: 4,22. 2 pont

Összesen: 4 pont

II./B rész

A 15–17. feladatokból csak kettőt kellett megoldani, és csak kettő értékelhető.

15. feladat.



A négyzetes gúla térfogata:

$V_{\text{gúla}} = \dfrac{T \cdot M}{3} = \dfrac{a^2 \cdot M}{3}$.

$V_{\text{gúla}} = \dfrac{5^3}{3} = \dfrac{125}{3} \approx 41{,}67$.

1 db gúla térfogata $41{,}67\ \mathrm{cm}^3$.

(A gúla térfogatának kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.)
2 pont
100 db-ra elég a nyersanyag, azaz a nyersanyag térfogata:
$V_{100} = \dfrac{12\,500}{3} \approx 4166{,}67.$
Tehát a nyersanyag térfogata 4166,67 cm^3.
(100 db térfogata. Ha nem ír szöveges választ, de helyes eredményt ad meg mértékegységgel együtt, akkor is jár az 1 pont.) 1 pont

Összesen: 3 pont

b) $A = a^2 + 4 \cdot \dfrac{a \cdot m}{2}.$
Pitagorasz-tétel alkalmazása:
$m^2 = 5^2 + 2{,}5^2.$ 1 pont
$m \approx 5{,}59.$
A gúla oldallapjának magassága 5,59 cm.
(Az oldallap magasságának kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.) 1 pont
$A_1 = 5^2 + 4 \cdot \dfrac{5 \cdot 5{,}59}{2} = 80{,}9.$
Egy gúla felszíne: 80,9 cm^2.
(Egy gúla felszínének kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.) 2 pont
100 gúla felszíne:
$A_{100} = 8090\ \mathrm{cm}^2 =$ 1 pont
$= 0{,}809\ \mathrm{m}^2.$
(100 gúla felszíne m^2-ben megadva. A mértékegység megadása szükséges.) 1 pont
Költség $= 1200 \cdot A_{100} = 970{,}8$. Tehát a festés költsége 970,8 Ft. 1 pont

Összesen: 7 pont

c) A 100 gúla közül 95 hibátlan és 1 pont
5 hibás. 1 pont
A kiválasztott 8 között nincs selejtes, tehát ezt a nyolcat a hibátlanok közül kell kiválasztani. 95 hibátlanból 8-at kell kiválasztani úgy, hogy a gúlák sorrendje közömbös, ezért: $\dbinom{95}{8}$.
(Indoklás nélkül is elfogadható a jó eredmény.) 2 pont

Összesen: 4 pont

d) Ebben az esetben 3 selejtest kell kiválasztani az 5 hibásból: $\dbinom{5}{3}$; 1 pont
és 5 jót pedig a 95 hibátlanból: $\dbinom{95}{5}$ 1 pont
A kedvező lehetőség: $\dbinom{5}{3} \cdot \dbinom{95}{5}$. 1 pont
Az összes lehetőség: $\dbinom{100}{8}$. 1 pont
A végeredmény: $\dfrac{\binom{5}{3} \cdot \binom{95}{5}}{\binom{100}{8}} = 3 \cdot 10^{-3}.$ 1 pont

Összesen: 5 pont

16. feladat. *a*) $4^{2x^2-26x+75} = 4^3.$ 1 pont
Az exponenciális függvény monotonitása miatt: 1 pont
$2x^2 - 26x + 75 = 3.$ 1 pont
$x_1 = 9.$ 1 pont
$x_2 = 4.$ 1 pont
(Ha azt mutatja meg, hogy ezek jó gyökök, de nem mutatja meg, hogy más megoldás nincs, akkor 2 pont adható.)

Összesen: 5 pont

b) Tehát a számtani sorozatban

$a_1 = 9$ és $d = 4$. 2 pont

$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \dfrac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$.

$S_5 = \dfrac{18 + 4 \cdot 4}{2} \cdot 5$. 1 pont

$S_5 = 85$. 1 pont

Összesen: 4 pont

c) $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \dfrac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$.

$3649 = \dfrac{18 + (n-1) \cdot 4}{2} \cdot n$. 2 pont

$2n^2 + 7n - 3649 = 0$. 2 pont

$n_1 = 71$. 1 pont

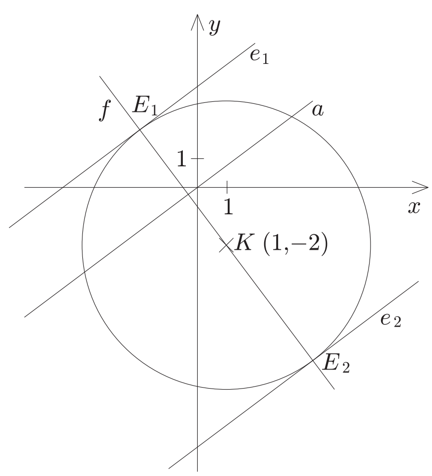
$n_2 = -44{,}5$. 1 pont

Ez nem megoldása a feladatnak. 1 pont

Tehát az első 41 tag összege 3649. 1 pont

Összesen: 8 pont

17. feladat.



1. megoldás:

$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 - 0$.

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

(A kör egyenletének rendezéséért.) 2 pont

$K(1; -2)$.

(A középpont meghatározásáért összesen 3 pont adható.) 1 pont

$\mathbf{a} : 3x - 4y = 0$,

$\mathbf{n}_a(3; -4)$.

(Az a egyenes normálvektorának felírásáért.) 1 pont

$\mathbf{n}_f(4; 3)$.

(Az f egyenes normálvektorának felírásáért.) 1 pont

$K(1; -2)$.

$f : 4x + 3y = -2$.

(Az f egyenes egyenletéért összesen 3 pont adható.) 1 pont

Az egyenes és a kör metszéspontja adja az érintési pontokat:

$$\left.\begin{aligned} 4x + 3y = -2, \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0. \end{aligned}\right\}$$

(Az egyenletrendszer felírásáért.) 1 pont

$x^2 - 2x - 8 = 0$ vagy $y^2 + 4y - 12 = 0$.

(Valamelyik egyismeretlenes egyenletért.) 4 pont

$x_1 = -2 \qquad x_2 = 4$.

(A gyökök.) 1 pont

$y_1 = 2 \qquad y_2 = -6.$

(A másik két gyök.) 1 pont

$E_1(-2; 2) \qquad E_2(4; -6).$

(Az érintési pontok.) 2 pont

Az érintők egyenlete:

$3x - 4y = 36,$ 1 pont

$3x - 4y = -14.$ 1 pont

Összesen: 17 pont

2. megoldás:

Az érintők párhuzamosak a megadott egyenessel, ezért paraméteres egyenletük:

$3x - 4y = c,$

$y = \dfrac{3x - c}{4}.$

(Az érintő paraméteres egyenletének felírásáért.) 2 pont

$$x^2 + \left(\frac{3x - c}{4}\right)^2 - 2x + 4 \cdot \frac{3x - c}{4} - 20 = 0.$$

(A kör egyenletébe való behelyettesítéséért.) 1 pont

$25x^2 + (-6c + 16)x + c^2 - 16c - 320 = 0.$

(A paraméteres másodfokú egyenlet rendezett alakjáért.) 3 pont

Az egyenesnek és a körnek akkor van egy közös pontja, ha az egyenlet diszkriminánsa nulla.

(A feltétel megfogalmazása szövegben vagy jelöléssel.) 2 pont

$D = (-6c + 16)^2 - 100(c^2 - 16c - 320) = 0.$

(A diszkrimináns felírásáért.) 3 pont

$c^2 - 22c - 504 = 0.$

(Másodfokú egyenlet rendezett alakjáért.) 2 pont

$c_1 = 36.$ 1 pont

$c_2 = -14.$ 1 pont

Az érintők egyenlete:

$3x - 4y = 36.$ 1 pont

$3x - 4y = -14.$ 1 pont

Összesen: 17 pont