

I. rész

1. Oldjuk meg az $x \cdot \left(\frac{x-3}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}(x-2)(x+2) = \frac{1+(x-1)^3}{9}$ egyenletet.

2. Egy kockával 6-szor dobunk egymás után és feljegyezzük az eredményeket.

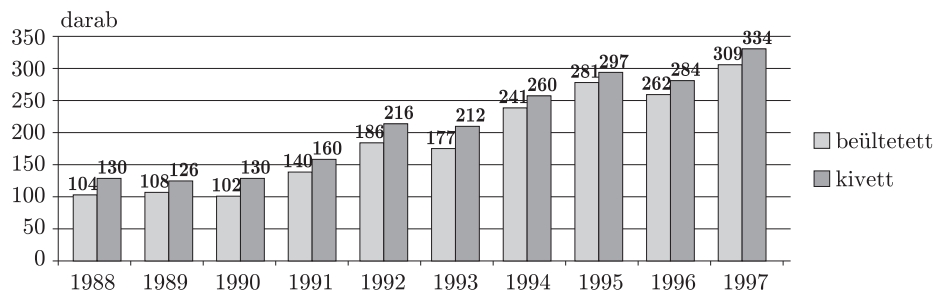
a) Hányféle sorozat jöhet létre?

b) Hányféle sorozat jöhet létre, ha az első helyen és csak ezen áll 1-es?

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az első helyen a többitől különböző szám áll?

3. Egy matematika tanár akkor mondja, hogy szerencsésen állította össze a dolgozatot, ha a jegyek átlaga e és π között van ($e = 2,718\dots$ és $\pi = 3,141\dots$). Egy 35 fős osztályból a legjobb gyerek munkáját még nem nézte meg, és ekkor az átlag 2,68 volt. Hogyan sikerülhetett a legjobb tanuló dolgozata, ha a tanár elmondhatta magáról, hogy szerencsésen állította össze a dolgozatot?

4. Tekintsük a következő diagramot. Egy 10 éves periódusban a beültetett és a kivett vesék darabszámát olvashatjuk le róla.



a) Melyik évben ültették be a legnagyobb százalékban a kivett veséket?

b) Ábrázoljuk az első és az utolsó három évben a beültetett és a kivett vesék arányát.

c) Levonható-e valamilyen következtetés a kapott ábráról?

II. rész

5. Egy trapéz egyik átlója 30° -os szöget zár be az alappal. A két átló merőleges egymásra.

a) Milyen hosszú a két átló, ha az alapok 6 és 4 egység hosszúak?

b) Mekkora a trapéz területe?

c) Számítsuk ki a trapéz kerületét.

6. Tekintsük a valós számokon értelmezett

$$f(x) = 13 - (x-1)^2 \quad \text{és} \quad g(x) = 4|x+1|$$

függvényeket.

a) Oldjuk meg az $f(x) \geq g(x)$ egyenlőtlenséget grafikusan.

b) Mekkora területű az $f(x)$ és a $g(x)$ görbéje által határolt síkidom?

7. Bizonyítsuk be, hogy az

$$5x^2 - 2(5k+3)x + 5k^2 + 6k + 1 = 0$$

egyenlet gyökeinek különbsége k minden értékére ugyanakkora.

8. Az ABC háromszögben $\beta - \gamma = 90^\circ$. Bizonyítsuk be, hogy az A csúcsból induló magasság egyenese a háromszög köré írható körének érintője is egyben.

9. Válasszuk ki az 50 cm kerületű, egyenlő szárú háromszögek közül azt, amelyben minimális az oldalakra rajzolható négyzetek területösszege.