

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$a) \frac{x^3 - 4x}{2 - x} = 0; \quad b) \sqrt{\frac{x^3 - 4x}{2 - x}} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad c) \lg \frac{x^3 - 4x}{2 - x} = 0.$$

2. Igazoljuk, hogy ha  $a + 1$  osztható 6-tal, akkor  $n$  minden egész értékére  $n(an^2 + 1)$  osztható 6-tal.

3. Az 5 cm sugarú körbe írt  $AB$  húr egyenlő a körbe írható szabályos nyolcszög, a  $BC$  húr pedig a körbe írható szabályos hatszög oldalával. Mekkora az  $AC$  szakasz?

4. Az  $a$  paraméter mely értékeire van az

$$a^2(x - 1) = 4(ax - x - 1)$$

egyenletnek egész gyöke?

5. A 13 egység területű  $ABC$  háromszög két csúcsa:  $A(3; -1)$  és  $B(-1; 5)$ . Határozzuk meg a  $C$  csúcs koordinátáit úgy, hogy a háromszög kerülete minimális legyen.

6. Egy 60 cm kerületű téglalap két szomszédos oldalára, mint átmérőre kifelé félköröket rajzolunk. Mekkora a választott téglalap oldalhosszúságait, hogy a kapott síkidom

- a) kerülete minimális legyen;
- b) területe maximális legyen?

7. Egy háromszög  $\alpha$  és  $\beta$  szögeire

$$(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \beta) = 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta.$$

Határozzuk meg a háromszög harmadik szögét.

8. Az  $ABCDE$  konvex ötszög  $A$  csúcsát kössük össze a  $BE$  átló, valamint a  $BC$ ,  $CD$  és  $DE$  oldalak felezőpontjával. Az így kapott négy szakaszon az  $A$  csúcstól távolabbi harmadoló pontok által meghatározott négyszög területe az eredeti ötszög területének az ötödével egyenlő. Hányadrésze az  $ABE$  háromszög területe az eredeti ötszög területének?