

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$a) \frac{x^3 - 4x}{2 - x} = 0; \quad b) \sqrt{\frac{x^3 - 4x}{2 - x}} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad c) \lg \frac{x^3 - 4x}{2 - x} = 0.$$

2. Igazoljuk, hogy ha $a + 1$ osztható 6-tal, akkor n minden egész értékére $n(an^2 + 1)$ osztható 6-tal.

3. Az 5 cm sugarú körbe írt AB húr egyenlő a körbe írható szabályos nyolcszög, a BC húr pedig a körbe írható szabályos hatszög oldalával. Mekkora az AC szakasz?

4. Az a paraméter mely értékeire van az

$$a^2(x - 1) = 4(ax - x - 1)$$

egyenletnek egész gyöke?

5. A 13 egység területű ABC háromszög két csúcsa: $A(3; -1)$ és $B(-1; 5)$. Határozzuk meg a C csúcs koordinátáit úgy, hogy a háromszög kerülete minimális legyen.

6. Egy 60 cm kerületű téglalap két szomszédos oldalára, mint átmérőre kifelé félköröket rajzolunk. Mekkora a választott téglalap oldalhosszúságait, hogy a kapott síkidom

- a) kerülete minimális legyen;
- b) területe maximális legyen?

7. Egy háromszög α és β szögeire

$$(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \beta) = 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta.$$

Határozzuk meg a háromszög harmadik szögét.

8. Az $ABCDE$ konvex ötszög A csúcsát kössük össze a BE átló, valamint a BC , CD és DE oldalak felezőpontjával. Az így kapott négy szakaszon az A csúcstól távolabbi harmadoló pontok által meghatározott négyszög területe az eredeti ötszög területének az ötödével egyenlő. Hányadrésze az ABE háromszög területe az eredeti ötszög területének?