

A paradoxonok teszik igazán próbára logikai készségünket, csattanós formában mutatnak rá, milyen könnyen jutunk hibás eredményre látszólag hibátlan következtetésekkel. Egy-egy paradoxon elemzése után döbbenünk rá, milyen fontos egy feladat megoldása után a kapott eredmény ellenőrzése, vajon nem követtünk-e el valamilyen rejtett logikai hibát.

Vizsgáljuk először a váratlan kivégzés paradoxonát! A bíró a vádlottat halálra ítéli és elrendeli, hogy az ítéletet a következő hét valamelyik napján váratlanul végre kell hajtani. Az elítélt ügyvédje így vigasztalja védencét:

– Aggodalomra semmi ok. Mivel kivégzéseket csak hétköznap szokás eszközölni, ha ön csütörtök este még életben van, akkor pénteken már nem végezhetik ki, hiszen az akkor már nem lenne az ön számára váratlan. Tehát a pénteki nap nem jöhet szóba. Ezek szerint legkésőbb csütörtökön ki kell önt végezni. Csakhogy, ha ön szerda este még életben van, akkor csütörtökön már nem végezhetik ki, hiszen az az előbbieket szerint megint csak nem lenne váratlan. A gondolatmenetet folytatva kiesik a szerda, a kedd, sőt a hétfő is.

Az elítélt megnyugodva tér vissza zárkájába, aztán mondjuk szerdán váratlanul nyílik a cellája ajtaja. . .

Hol a hiba az ügyvéd okoskodásában?

Mit is mondott a bíró? „A kivégzést a jövő héten váratlanul kell végrehajtani.” Ez a két feltétel pedig ellentmond egymásnak; ha tudom, hogy a jövő héten, akkor nem váratlan. Ha tudom, hogy a jövő héten levelet kapok az adóhivaltaltól, akkor a levél nem lesz váratlan, akármelyik napon is kapom meg, és persze minden nap megnézem a postaládát, mert várom a levelet. (Egészen pontosan fogalmazva várni ugyan nem várom, de tudom, hogy jön.) Váratlan akkor lenne, ha egyáltalán nem számítanék rá.

Az elítéltnek tehát nem kell mást tennie, mint minden reggel korán felkelni, felöltözni, és amikor nyílik a cella ajtaja, akkor csak annyit mondani: – Uraim, már vártam önöket.

Az ügyvéd gondolatmenete azt sugallja, mintha a váratlanság azt jelentené, hogy nem tudjuk a napot. Mint láttuk, a dolog ettől még nem váratlan.

A paradoxon egy másik változata, amikor a parancsnok bejelenti, a jövő héten váratlanul riadógyakorlat lesz. Nyilván azt szeretné tudni, hogy a katonák milyen gyorsan hajtják végre a riadót, ha nem számolnak vele. Kijelentésével éppen az ellenkező hatást éri el, a katonák minden este megteszik a megfelelő előkészületeket.

Ez a paradoxon a váratlan szó kétféle értelmezésén alapul, a következő sokkal bonyolultabb lesz.

Egy vonatfülkében két utas ül: A és B . Mindketten gondolnak egy számra. Amikor bejön a kalauz, mindketten megszűjják neki az általuk gondolt számot. Ezután a kalauz ezt mondja:

– Önök különböző természetes számokra gondoltak és egyikük sem tudja kitalálni, hogy melyiküké a nagyobb.

Ezután a kalauz kimegy a fülkéből, az utasok pedig gondolkodni kezdenek. Például A , aki mondjuk 23-ra gondolt, így okoskodik: – B nem gondolhatott 1-re, hiszen akkor tudná, hogy az én számom a nagyobb és ugyanilyen okból kifolyólag azt is tudja, hogy én sem gondoltam 1-re. 1-re tehát egyikünk sem gondolt. De akkor B 2-re sem gondolhatott, különben megint csak tudná, hogy az én számom a nagyobb, és mivel ugyanúgy gondolkodik, mint én, tudja, hogy én sem gondolhattam 2-re. Tehát a 2-t is kizárhatjuk. A gondolatmenetet követve A sorra kizárja a 3-at, a 4-et, mígnem eljut 23-ig, amire a kalauz kijelentése alapján szintén nem gondolhatott. Ebből arra következtet, hogy a kalauz megállapítása hamis, ugyanakkor kénytelen bevallani magának, hogy fogalma sincs, melyikük száma a nagyobb.

Arra kérem az Olvasót, próbálja meg egyedül megkeresni a megoldást, mert ritka aha-élményben lesz része.

A jobb megértés kedvéért induljunk ki egy egyszerűbb esetből. Tegyük fel, hogy sem az utasok, sem a kalauz nem ismerik egymást. Amikor a kalauz belép a fülkébe, erre gondol: – Egyikük sem tudja, hogy engem Kovácsnak hívnak. – Aztán hangosan ki is mondja:

– Önök nem tudják, hogy engem Kovácsnak hívnak.

Gondoljuk csak meg, amikor elkezd kimondani a mondatot, a mondat nyilvánvalóan igaz. Amikor befejezi – már nem! Hiszen éppen ennek a mondatnak a révén az utasok megtudták a nevét, ettől a mondat hamissá vált, a kalauz még egyszer már nem mondhatja ki.

Térjünk vissza az eredeti paradoxonhoz. Tegyük fel, hogy A 2-re, B 11-re gondolt. Amíg némán ülnek egymás mellett, nem tudják eldönteni, melyikük száma a nagyobb. Ezt a tényt a kalauz hangosan ki is mondja. Ez a kijelentés elhangzása után már hamissá válik, hiszen A ennek hallatára rögtön tudja, hogy az övé a kisebb. (B természetesen még továbbra is tanácstalan.) A kalauz kijelentését tehát így kell értelmezni: „Önök eddig nem tudták eldönteni, melyikük száma a nagyobb.”

Na és mi a helyzet akkor, ha A 3-ra gondolt? Ebben az esetben A a kalauz kijelentése után csak annyit tud, hogy B nem 1-re gondolt. De 2-re gondolhatott! Hiszen A nem tudja, hogy a kalauz kijelentése után B tudja-e már, melyiküké a nagyobb. A csak akkor zárhatja ki B 2-jét, ha a kalauz újból megszólal: „Önök még mindig nem tudják, melyiküké a nagyobb.” Ha pedig A például 6-ra gondolt, akkor a kalauznak ötször kell kijelentését megismételni, mire A megtudja, hogy az ő száma a kisebb.

A és B egymás kérdezgetésével is meghatározhatják, melyikük száma a nagyobb. Ha A 5-re gondolt, B 5-nél nagyobbra és először A kérdez („Tudja, hogy melyikünké a nagyobb?”), akkor a válaszok így alakulnak:

B

- Nem (ebből *A* tudja, hogy *B* nem 1-re gondolt)
- Még mindig nem (ebből *A* tudja, hogy *B* nem 2-re gondolt)
- Még mindig nem (*B* nem 3-ra)
- Még mindig nem (*B* nem 4-re)
- Most már én is!

A

- Én sem (*B* is tudja, hogy *A* nem 1-re gondolt)
- Én sem (*B* is tudja)
- Én sem (*A* nem 3-ra)
- Most már tudom!