

Idén Nyíregyháza adott otthont a tanárképző főiskolások Péter Rózsáról elnevezett matematikaversenyének 2003. április 23. és 25. között. Budapest, Eger, Nyíregyháza, Pécs, Szeged és Szombathely diákjai indultak. A szokásos 5–5 fő helyett Budapest idén csak 4 versenyzőt küldött. A dolgozatokat április 24-én délelőtt írták. A feladatokat a főiskolák oktatóinak javaslatai alapján a verseny elnöke, *Urbán János* állította össze. Minden főiskola javaslataiból választott egyet-egyet, és a saját feladatával megtoldva állt össze az alábbi hét feladat.

1. Hányféleképpen lehet az ötös lottón a 90 szám közül 5-öt megjelölni úgy, hogy ne legyenek köztük szomszédosak?
2. Az a valós paraméter mely értékeire van egyetlen olyan (x, y) valós számpár, amely kielégíti az

$$x^2 + y^2 - 4x + 2 \leq 0$$

egyenlőtlenséget és az

$$x - y + a = 0$$

egyenletet is?

3. Nevezzük *szabályos tér n -szögnek* a térbeli n -szöget, ha minden oldala egyenlő hosszúságú és a szomszédos oldalak ugyanakkora szöget zárnak be egymással. Milyen határok között változhat egy szabályos tér 4-szög egy szöge?

4. Igazoljuk, hogy ha a, b, c pozitív valós számok, akkor

$$\sqrt{a^2 + b^2 - ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2 + ac}.$$

5. Határozza meg az összes olyan (a, b) valós számpárt, amelyekre az

$$x^4 - 12x^3 + ax^2 + bx + 81 = 0$$

egyenletnek négy pozitív valós gyöke van!

6. Legyen (a_n) a következő sorozat:

$$a_1 = c \quad (c \in \mathbf{R}), \quad a_n = \begin{cases} \frac{1}{1 + a_{n-1}}, & \text{ha } a_{n-1} \neq -1, \\ -1, & \text{ha } a_{n-1} = -1, \end{cases}$$

ha $n > 1$ egész. Milyen c esetén konvergens a sorozat, és mennyi a határértéke?

7. Adott a síkon 400 pont, amelyek közül semelyik három sem esik egy egyenesre. Bizonyítsuk be, hogy van olyan 100 darab, páronként diszjunkt négyszög, amelyeknek éppen az adott pontok a csúcsai. (Diszjunktak nevezünk két négyszöget, ha – mint zárt négyszöglapoknak – nincs közös pontjuk.)

A díjkiosztó ünnepségre másnap, április 25-én került sor. A 29 résztvevő diák között egy első, két második, négy harmadik díjat osztott ki a versenybizottság. Nyolc diák kapott dicséretet. A rendezők vendégszeretettel nagyon kellemessé tették az ottlétünket. Jövőre Eger lesz a verseny helyszíne.