

Rábai Imre

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:

$$\begin{aligned} a) \quad & \frac{(x-1)(x^3+x^2+x+1)}{(x+1)(x^3-x^2+x-1)} = 1; \\ b) \quad & \sqrt{\operatorname{tg}^2 x} = -\frac{1}{\operatorname{ctg} x}; \quad c) \quad \frac{\log_x 7}{\log_x 3} = \frac{\log_3 5}{\log_7 5}. \end{aligned}$$

2. Egy trapéz átlói merőlegesek egymásra. Párhuzamos oldalainak hossza 13, illetve 39 egység, egyik szára $\sqrt{369}$ egység. Mekkora a trapéz másik szára, területe és magassága?

3. Határozzuk meg az m paraméter értékét úgy, hogy az

$$(m+1)x^2 + (2m+1)x - 2 = 0$$

egyenletnek két különböző, (-1) -nél kisebb valós gyöke legyen.

4. Egy sorozat első tagja 1, a hatodik tagja 51, az első három tag összege 23; a szomszédos tagok különbségei egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Számítsuk ki a sorozat első három tagját.

5. Adott egy háromszög két oldala, a és c ($\frac{c}{2} < a < c$), valamint

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\cos(\alpha + \gamma)}{\cos(\beta + \gamma)},$$

ahol α az a , γ a c , β pedig a (harmadik) b oldallal szemközti szög. Fejezzük ki a -val és c -vel a b oldal hosszát.

6. Két kör kívülről érinti egymást. Az egyik közös külső érintőjüknek az érintési pontok közé eső szakaszát megforgatjuk a körök középpontjain áthaladó egyenes körül. A keletkezett csonkakúp palástjának területe 576π területegység, az egyik kör sugara 16 egység. Mekkora a másik kör sugara?

7. A k kör érinti az y tengelyt és a $3x - 4y = 48$ egyenletű egyenest az $x_1 = 8$ abszcisszájú E pontjában. Írjuk fel a kör egyenletét.

8. Határozzuk meg a

$$\frac{4}{4 \cdot 2^{2x} - 8 \cdot 2^{x-1} + \frac{11}{3}}$$

kifejezés értékkészletét, ha $-2 \leq x \leq 1$.