

Képzeljük el egy nemzetközi repülőtér érkezési várótermét. Egy angol anyanyelvű érkező utas fülét angol nyelvű beszélgetés hangja üti meg először, ugyanígy egy magyar utas magyar nyelvű beszélgetésre figyel fel a leghamarább. Akkor is képesek figyelemmel kísérni és megérteni a saját anyanyelvükön zajló beszélgetést, ha a beszélgetéssel egyidejűleg több másik idegen nyelvű beszélgetés is hallható akár ugyanakkora hangerővel. Ezenkívül egy dörögő férfihang és egy vékony női hang egyvelegét hallgatva is képesek a két beszélőt egymástól függetlenül követni, érteni még akkor is, ha azok ugyanazt a nyelvet beszélik. Nyilvánvalóan két felváltva, nem egyszerre beszélő várótermi utas beszéde is könnyen szétválasztható, megérthető, bár egy ilyen helyzet a valóságban ritkán fordulhat elő. Az előbbi példákban közös, hogy a beszélők és a hallgatók ugyanabban a légtérben, hangtérben tartózkodva próbálnak kommunikálni, és, mint láttuk, a hallgatónak a különböző beszélők beszédének szétválasztására számos lehetőség áll rendelkezésére.

Egy híradástechnikai rendszer esetében is gyakran fordul elő, hogy több felhasználó szeretne a rendszer rendelkezésére álló erőforrásokhoz hozzáférni, azokat igénybe venni. Ilyen erőforrás például a rendszer számára kijelölt frekvenciasáv vagy idő. A zavarmentes kommunikáció megvalósításához tehát a felhasználók számára valamelyik erőforrás megosztásával megfelelően elválasztott „erőforrás-szeleteket” kell kijelölni. A kódosztásos többszörös hozzáférésű kommunikációs rendszerekben többek között a címben hivatkozott ortogonális kódokat használják a különböző kommunikációs csatornák elkülönítésére. A következőkben a *kódosztásos többszörös hozzáférés* (CDMA – Code Division Multiple Access) alapjaival, illetve egy konkrét rendszerrel ismerkedünk meg röviden, majd az ortogonális kódokat vizsgáljuk meg részletesebben.

CDMA alkalmazásakor a különböző felhasználók (pl. mobilkészülékek) ugyanazt a frekvenciasávot ugyanabban az időben használják. A felhasználók jeleinek szétválasztását az azokhoz rendelt egyedi kódokkal oldják meg. Ez a hozzáférési mód leginkább arra a bevezetőbeli példára hasonlít, amelyben a hallgató különböző nyelvű zűzárban próbálja az anyanyelvén hallható beszédet kiszűrni, megérteni. A CDMA-ban adáskor az információk biteket az adott csatornához kijelölt kód segítségével számos ún. chippé sokszorozzák¹. A chip a kódolt jel alapegysége. Vételkor ugyanazzal a kóddal állítják vissza az eredeti biteket. Egy bithez a kód hosszával megegyező számú chipet rendelnek, ezt a számot kiterjesztési tényezőnek nevezik. Az időegység alatt küldött bitek, illetve chippek számát bit-, illetve chipsebességnek nevezik, hányadosuk nyilvánvalóan megegyezik a kiterjesztési tényezővel.

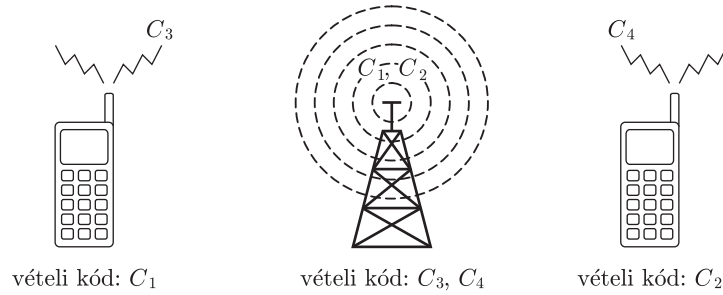
A harmadik generációs mobilkommunikációs rendszer (3G) hozzáférési technológiájának a *szélessávú kódosztásos többszörös hozzáférést* (WCDMA – Wideband CDMA) választották. A WCDMA rövidítés egyben a harmadik generációs rendszer szabványát is jelöli. A rendszer sáv szélessége 5 MHz, chipsebessége 3,84 Mchip/s. A 3G szabványosításakor követelményként tűzték ki, hogy a felhasználók különböző sebességű vonal-, illetve csomagkapcsolt szolgáltatásokat egyidejűleg érthessenek el. Vonalkapcsolt szolgáltatás például a videokonferencia, hiszen a kapcsolatnak, a vonalnak a beszélgetés teljes ideje alatt fenn kell állnia, a kommunikációban nem engedhető meg késleltetés. Az Interneten való böngészés pedig csomagkapcsolt szolgáltatás, ugyanis nem szükséges hozzá állandó kapcsolat, az információ továbbítása darabokban, ún. csomagokban késleltetéssel történhet. Sebesség szempontjából a videokonferencia a nagysebességű, míg az Interneten történő böngészés az alacsonysebességű szolgáltatások közé tartozik. Mivel a rendszer chipsebessége állandó, a különböző bitsebességű, sáv szélességű csatornák kiterjesztése eltérő kiterjesztési tényezőkkel, vagyis különböző hosszúságú kódokkal történik.

A WCDMA-ban az ugyanazon adótól származó csatornák elválasztása céljából csatornánként egyedi csatornakódokat alkalmaznak, mellyel kialakul a csatorna eredeti bitsebességétől független chipsebesség. Aztán az így kapott jeleket a *2. ábrán* (lásd később) látható módon egy egyszerű összegzéssel összefoglalják és ez kerül kisugárzásra².

A csatornakódokat a kommunikáció különböző irányait tekintve tehát a mobilkészülék irányában az ugyanazon bázisállomás által sugárzott, míg az ellenkező irányban az ugyanazon mobilkészüléktől származó csatornák megkülönböztetésére használják. (A mobilkommunikációs rendszerekben az egyes felhasználók nem közvetlenül egymással kommunikálnak, köztük a bázisállomások alkotta átjátszó-rendszer teremti meg a kapcsolatot.) Erre az *1. ábra* mutat egy példát. A bázisállomás a C_1 kóddal kódolt csatornán a bal oldali, míg a C_2 kóddal kódolt csatornán a jobb oldali mobilkészülék számára sugároz információt. Természetesen a két csatorna egyszerre kerül kisugárzásra, ugyanabból a jelből a bal oldali mobilkészülék a C_1 , a jobb oldali pedig a C_2 kód segítségével nyeri ki a számára hasznos, neki szánt információt. A mobilkészülékek adáskor a C_3 , illetve a C_4 kódokkal kódolják jeleiket, a bázisállomás az általa vett jelből a C_3 kóddal a bal oldali, a C_4 kóddal pedig a jobb oldali mobilkészüléktől érkező információt szűri ki. A valóságban, mint már említettük, a kódolás jóval bonyolultabb módon történik.

¹ Az időben változó jelek a frekvenciatarományban spektrumukkal írhatók le, ebből pl. megállapítható, hogy a jel milyen széles frekvencia-intervallumban, frekvenciasávban helyezkedik el. A CDMA-ban a kódolás során egy, a kódolás előtti jelhez képest gyorsabban változó, vagyis nagyobb sáv szélességű jelet kapunk, ezért nevezik a kódosztásos többszörös hozzáférésű rendszereket spektrum-kiterjesztéses vagy szórt spektrumú rendszereknek is.

² A valóságban a jel kisugárzása előtt a különböző adók jeleinek megkülönböztetésére adónként egyedi, átvétel nélküli tulajdonságú, ún. „zagváló” kódokat is alkalmaznak. Ezt a műveletet az egyszerűség kedvéért a *2. ábra* nem tartalmazza. Vételkor a kétféle kód alkalmazása éppen fordítva történik. A továbbiakban mi itt csak a csatornakódokkal foglalkozunk.



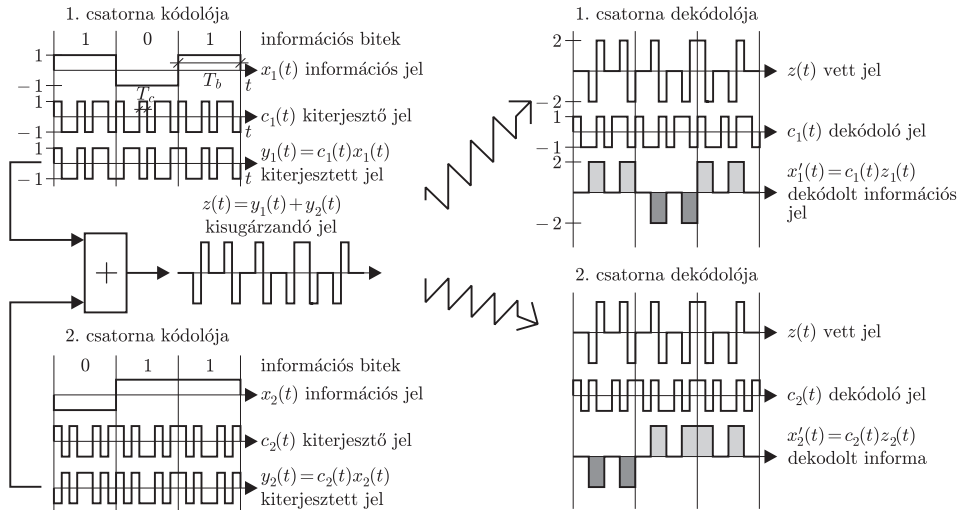
1. ábra. Példa a kommunikáció különböző irányokban használt csatornakódok kijelölésére

A 2. ábra a WCDMA leegyszerűsített működését mutatja be két csatorna esetére. Először vizsgáljuk meg, hogyan áll elő az adó által kisugárzendó jel. Az információs bitek alkotta jelfolyam egy bináris értékű sorozatként fogható fel:

$$x_n \in \{0, 1\}, \quad n \text{ egész.}$$

Az (x_n) sorozathoz egy kétértékű függvényt rendelnek:

$$x(t) = (-1)^{x_n+1}, \quad nT_b \leq t < (n+1)T_b, \quad \text{ahol } T_b \text{ a bitidő.}$$



2. ábra. Számpélda a WCDMA rendszer leegyszerűsített működésére. A dekódolás után valóban a kódolás előtti biteket nyerjük vissza.

A kód egy rendezett szám k -s: $\mathbf{c} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_k)$, ahol $c_i = \pm 1$ a kód komponensei, $i = 0, \dots, k-1$ és k a kód hossza. A kódhoz is egy kétértékű függvényt rendelnek:

$$c(t) = c_{n \bmod k}, \quad nT_c \leq t < (n+1)T_c,$$

ahol T_c a chipidő és $T_b = kT_c$.

Az $y(t)$ kiterjesztett jelet az $x(t)$ információs jel és a $c(t)$ kiterjesztő jel összeszorozásával nyerik. A két csatorna kódolt, kiterjesztett jelét egy egyszerű összegzéssel egyetlen $z(t)$ jellé fogják össze, ez kerül kisugárzásra:

$$z(t) = y_1(t) + y_2(t) = c_1(t)x_1(t) + c_2(t)x_2(t).$$

Vételkor a $z(t)$ vett jelből a $c(t)$ kiterjesztő (dekódoló) jellel dekódolják az információs jelet:

$$\begin{aligned} x'_1(t) &= c_1(t)z(t) = c_1(t)c_1(t)x_1(t) + c_1(t)c_2(t)x_2(t), \\ x'_2(t) &= c_2(t)z(t) = c_2(t)c_1(t)x_1(t) + c_2(t)c_2(t)x_2(t). \end{aligned}$$

A vett bit értékét az $x'(t)$ dekódolt jel alatti előjeles területnek az adott bit tartamára vonatkoztatott értéke határozza meg. Ha a két információs jel azonos bitsebességű, egy bit tartama alatt az $x_1(t)$, $x_2(t)$ jelek állandók, vagyis az említett előjeles terület a $c_1(t)c_1(t)$, illetve $c_2(t)c_2(t)$ és a $c_1(t)c_2(t)$ görbék alatti előjeles területtől és az $x_1(t)$, $x_2(t)$ jelek az adott bit tartama alatti (állandó) értékétől függ. A k hosszúságú $\mathbf{c}^m$, $\mathbf{c}^n$ kódokhoz rendelt kiterjesztő

függvények $c_m(t)c_n(t)$ szorzata alatti előjeles terület egy bit tartamára vonatkoztatott értékét a két kód szorzatának nevezzük. (A $\mathbf{c}^m$ jelölésmódban m felső index, mely az egyes kódok megkülönböztetését szolgálja.) A szorzat értéke a

$$\mathbf{c}^m \cdot \mathbf{c}^n = \sum_{i=0}^{k-1} c_i^m \cdot c_i^n$$

kifejezés alapján határozható meg. A vett bit értékére vonatkozó döntés alapjául szolgáló előjeles terület értéke az 1-es dekódoló esetében tehát a

$$(\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^1)x_1(t) + (\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^2)x_2(t),$$

míg a 2-es dekódoló esetében a

$$(\mathbf{c}^2 \cdot \mathbf{c}^1)x_1(t) + (\mathbf{c}^2 \cdot \mathbf{c}^2)x_2(t)$$

kifejezés alapján számítható ki. Vagyis, ha

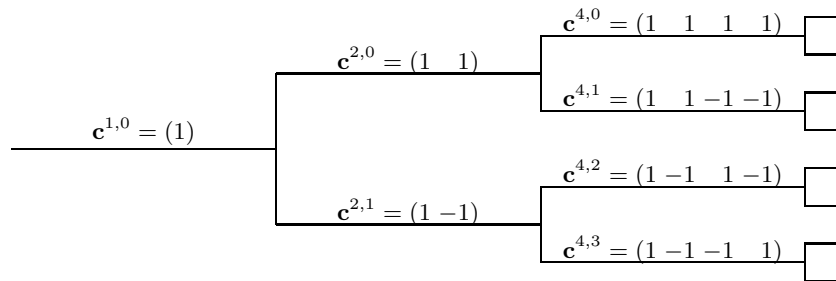
$$\mathbf{c}^1 \cdot \mathbf{c}^2 = 0,$$

akkor az r -edik ($r = 1; 2$) dekódolóban előálló előjeles terület csak az r -edik csatornán küldött bit értékétől függ, ami éppen az átvitel célja. Ha két kód szorzata zérus, akkor ortogonálisnak nevezzük őket. Egy kód önmagával vett szorzata nyilvánvalóan éppen a kód hossza. Következésképpen, ha a két példabeli csatornához rendelt kód ortogonális, akkor a terület az adott bithez rendelt ± 1 érték és a kód hosszának a szorzata. Tehát, ha az előjeles terület értéke a kód hossza, akkor a küldött bit „1”-es, ha pedig a kód hosszának ellentettje, akkor a küldött bit „0”-s értékű. (Könnyen ellenőrizhető, hogy a számpéldában használt két kód ortogonális.)

Ortogonalis kódok pl. a WCDMA rendszerben használt Walsh-kódok, melyek a *J. L. Walsh* által 1923-ban publikált és róla elnevezett Walsh-függvényekből (is) származtathatók. A Walsh-kódokat egyszerű módon például az úgynevezett kódfa segítségével állíthatjuk elő. A 3. ábrán látható kódfa a következőképpen épül fel: A fa minden ágához egy kódot rendelünk, minden elágazáskor két új ág, vagyis két új kód keletkezik. Az első új ághoz tartozó kódot ($\mathbf{c}^{2k,2l}$) a „szülőág” kódjának ($\mathbf{c}^{k,l}$) önmaga után fűzésével nyerjük, míg a második „utódághoz” rendelt kódot ($\mathbf{c}^{2k,2l+1}$) úgy kapjuk meg, hogy a „szülőág” kódja mögé annak ellentettjét ragasztjuk. A kódfa kiinduló „őszágához” az (1) kódot rendeljük. A kódok generálása formálisan a következő:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{1,0} &= (1), \\ c_i^{2k,2l} &= c_i^{2k,2l+1} = c_i^{k,l}, & i &= 0, \dots, k-1, \\ c_i^{2k,2l} &= -c_i^{2k,2l+1} = c_{i-k}^{k,l}, & i &= k, \dots, 2k-1, \\ l &= 0, \dots, k-1, & k &= 2^p, \end{aligned}$$

ahol $c_i^{k,l}$ a kódfa k indexű szintje $l + 1$ -edik kódjának $i + 1$ -edik komponense, $i = 0, \dots, k-1$.



3. ábra. A Walsh-kódokat generáló kódfa

A következőkben röviden ellenőrizzük a fa kódjainak ortogonális tulajdonságát.

1A. állítás. Egy elágazáskor keletkező két utódkód ($\mathbf{c}^{2k,2l}$ és $\mathbf{c}^{2k,2l+1}$) ortogonális egymásra.

Igazolás. A két kódban az összefűzés helyétől balra elhelyezkedő komponensek ($i = 0, \dots, k-1$) értékei egymással megegyeznek, míg az attól jobbra találhatók ($i = k, \dots, 2k-1$) értékei éppen egymás ellentettjei. Továbbá az össze-ragasztott kódrészletek egyforma (k) hosszúságúak és a komponensek mind egységnyi abszolút értékűek. A két kód szorzata

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{2k,2l} \cdot \mathbf{c}^{2k,2l+1} &= \sum_{i=0}^{2k-1} c_i^{2k,2l} \cdot c_i^{2k,2l+1} = \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,l} + \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot (-c_j^{k,l}) = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} 1 + \sum_{j=0}^{k-1} (-1) = k + (-k) = 0, \end{aligned}$$

vagyis a két kód ortogonális.

1B. állítás. Ha a fában két, azonos szinten ($k > 1$) lévő szülő kód ortogonális ($\mathbf{c}^{k,l}$ és $\mathbf{c}^{k,m}$), akkor a tőlük közvetlenül származó „utód kódok” ($\mathbf{c}^{2k,2l+a}$ és $\mathbf{c}^{2k,2m+b}$) is ortogonálisak egymásra.

Igazolás. A két kód szorzatára:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{2k,2l+a} \cdot \mathbf{c}^{2k,2m+b} &= \sum_{i=0}^{2k-1} c_i^{2k,2l+a} \cdot c_i^{2k,2m+b} = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} + \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^a \cdot c_j^{k,l} (-1)^b c_j^{k,m} = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} + (-1)^{a+b} \sum_{j=0}^{k-1} c_j^{k,l} \cdot c_j^{k,m} = (1 + (-1)^{a+b}) (\mathbf{c}^{k,l} \cdot \mathbf{c}^{k,m}) = 0, \\ a, b &= 0, 1, \quad l = 0, \dots, k-1, \quad m \neq l. \end{aligned}$$

1. állítás. Ha a fa $k > 1$ indexű szintjén a kódok páronként ortogonálisak, akkor az ebből származó $2k$ indexű szinten is páronként ortogonálisak lesznek a kódok.

Igazolás. Az állítás igazsága az 1A. és 1B. állítások igazságából következik.

2. állítás. A 2 indexű kódok ortogonálisak.

Igazolás. Felírva a két kód szorzatát:

$$\mathbf{c}^{2,0} \cdot \mathbf{c}^{2,1} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0.$$

Állítás. A kódfa $k = 2^p$ ($k > 1$) indexű szintjén található kódok páronként ortogonálisak.

Igazolás. Használjuk a teljes indukciót: A 2. állítás igazsága miatt az állítás igaz $k = 2$ -re, az 1. állítás igazsága miatt az állítás igazsága öröklődik $k = 2$ -ről $k = 4$ -re, $k = 4$ -ről $k = 8$ -ra és stb., az összes $k = 2^p$ -re.

A fa k indexű szintjén elhelyezkedő kódokat k -ad rendű Walsh-kódoknak nevezik.

A kódok szimmetria tulajdonságaik következtében eltérő bitsebességű csatornák esetén is biztosítják azok elválasztását. Két különböző sáv szélességű csatorna elválasztása akkor jön létre, ha a szeparációra használt kódok közül a rövidebbik nem „őse” a hosszabbiknak. Az állítás igazolása a fentiekhez hasonló módszerrel történhet, a bizonyítást az olvasóra bízunk.

Irodalom

- [1] Ericsson WCDMA System Overview, EN/LZT 123 6208 R2A.
- [2] J. S. Lee and L. E. Miller: CDMA Systems Engineering Handbook, 1998, Artech House, Boston, London.