

1. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést:

$$\left[\frac{1 + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{1-x} - \left(x^{-\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{3}} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot (1 + \sqrt[3]{x}).$$

2. Határozzuk meg az x és y számjegyeket úgy, hogy igaz legyen a következő egyenlőség:

$$3 \cdot \overline{xxxx} = \overline{yxxxx} - y.$$

3. Adott az $ABCD$ rombusz. Az ABD háromszög köré írt R sugarú kör áthalad a BCD háromszögbe írt kör középpontján. Fejezzük ki R segítségével a rombusz területét.

4. A k paraméter mely értéke esetén lesz a

$$(k^2 - 5k + 3)x^2 + (3k - 1)x + 2 = 0$$

egyenlet egyik gyöke kétszerese a másiknak?

5. Az ABC háromszögben a B csúcsnál lévő szög, $\beta = 60^\circ$. Megrajzoljuk az A és C csúcsokból induló szögfelezőket, melyek egymást az O pontban, a szemközti oldalakat pedig a D és E pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy $OD = OE$.

6. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$0,2^{\log_{0,7} \frac{2x+1}{2x-3}} < 1.$$

7. Egy tetraéderben két szemközti él hossza x , a többi él hossza pedig egységnyi. Számoljuk ki a tetraéder térfogatát, mint az x függvényét! Milyen x érték esetén lesz a tetraéder térfogata a legnagyobb? Mennyi ez a legnagyobb térfogat?

8. Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög AA_1 és BB_1 súlyvonalai akkor és csak akkor merőlegesek egymásra, ha a szokásos jelölésekkel:

$$\operatorname{ctg} \gamma = 2(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta).$$