

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$\log_{x-1}(x-2) \cdot \log_{x-2}(x-3) \cdot \log_{x-3}(x-1) = 1$$

egyenletet.

2. Egy téglalest különböző hosszúságú éleinek aránya $1 : 2 : 3$. Minden élét 4 cm-rel csökkentettük, így 1056 cm²-rel csökkent a felszíne. Mennyivel csökkent a téglalest térfogata?

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az egész számpárok halmazán:

$$\frac{20}{x+y+2} - \frac{6}{3x+y-5} = 1, \quad \frac{12}{x+y} + \frac{21}{3x+y} = 7.$$

4. Mutassuk meg, hogy egy háromszög oldalaira akkor és csak akkor teljesül az $a^2b - bc^2 + c^3 = a^2c + b^2c - b^3$ összefüggés, ha a háromszög derékszögű, vagy pedig egyenlő szárú.

5. Az $x^2 - 6x + 4 = 0$ egyenlet gyökei egy téglalap két oldalának hosszát adják centiméterben. Két nem egybevágó hengernek a tengelymetszete egybevágó ezzel a téglalappal. Határozzuk meg a két henger felszínösszegét és térfogatösszegét.

6. Négy testvér egy konvex négyszög alakú telket örökölt. A telek szemközti oldalainak felezőpontjait összekötve négy négyszögre osztották az örökséget. Az első három testvér rendre 360 , 720 és 900 m²-es telket kapott. Mekkora telket jutott a negyediknek?

7. Igazoljuk, hogy ha $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$ és $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \alpha = 1.$$

8. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 40$$

egyenletet.