

Honyek Gyula – Szegedi Ervin – Gnädig Péter

Elméleti forduló

1. feladat. *Földbe hatoló radar*

¹ A feladatok szövegét a KöMaL októberi számában közzöltük.

1. A hullám v fázissebességét (az azonos fázisú helyzetek haladási sebességét) az

$$\omega t - \beta z = \text{állandó}, \quad \text{azaz} \quad \omega \Delta t - \beta \Delta z = 0$$

összefüggés határozza meg. Innen

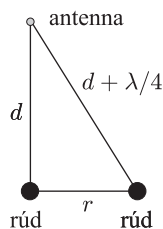
$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right)}} \approx \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}.$$

Megjegyzések. (i) A fentebb kiszámított fázissebesség – az adott közelítésben – független a hullám frekvenciájától, és alakilag a fény terjedési sebességével egyezik meg. (Természetesen a látható fény frekvenciatartományában a képlet nem érvényes.)

(ii) A radarhullámok nem végtelen síkhullámok, hanem térben és időben korlátozott kiterjedésű hullám-vonulatok (hullámcsomagok). Ezek terjedését nem a fázissebesség, hanem az ún. csoportsebesség jellemzi, amely a $\beta(\omega)$ függvény differenciálhányadosának reciproka, és a nagysága általában különbözik a fázissebességtől. Amennyiben β arányos ω -val (a feladatban használható közelítésben ez teljesül), a kétféle sebesség megegyezik.

2. A földbe hatoló hullámok érzékelhetőségi távolságára jellemző „behatolási mélység” (vagyis az a mélység, ahol a hullám amplitúdója a felszíni érték $1/e \approx 0,37$ -szerese) az α a csillapodási együttható reciproka:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)}} \approx \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{2\epsilon^2 \omega^2} \right) - 1 \right]}} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \approx 16 \text{ m.}$$



1. ábra

3. A rudakról visszaverődő hullámok fáziskülönbsége akkor lesz 180° , ha az egyik rúd és a műszer távolsága éppen egy negyed hullámhossznyival nagyobb, mint a másik rúd és a műszer távolsága. Az 1. ábrán látható helyzetben tehát fennáll

$$r^2 + d^2 = \left(d + \frac{\lambda}{4} \right)^2,$$

ahonnan $\lambda^2 + 4\lambda d - 4r^2 = 0$, melynek megoldása $\lambda = 12,5 \text{ cm}$.

A hullám terjedési sebessége a megadott számadatokból $v = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$, a kérdéses frekvencia tehát

$$f_{\min} = \frac{v}{\lambda} = 800 \text{ MHz.}$$

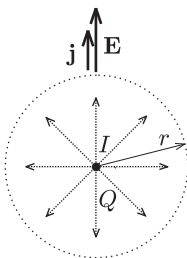
4. Ha a detektor a rúdhoz legközelebbi helyzettől x távolságra van, akkor a radarimpulzusok visszaérkezési ideje a d mélységben fekvő rúdról

$$t(x) = 2 \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v} \geq t_{\min} = \frac{2d}{v}.$$

Innen

$$d = \frac{v t_{\min}}{2} = 5 \text{ m.}$$

2. feladat. Elektromos jelek érzékelése



2. ábra

1. Ha egy gömb alakú, kicsiny elektródából homogén és végtelen közegben I állandó áram folyik ki, akkor a szimmetria miatt nyilvánvaló, hogy az áramsűrűség csak az elektródától mért távolságtól függ, az iránytól nem. A töltésmegmaradás miatt egy tetszőleges r sugarú, elektróda középpontú gömbfelületen I áram folyik ki át (2. ábra), ezért

$$j = \frac{I}{4\pi r^2},$$

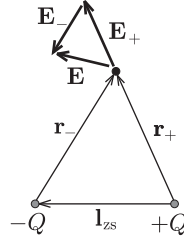
vagy az irányokat is figyelembe véve

$$\mathbf{j} = \frac{I}{4\pi r^3} \mathbf{r}.$$

2. Ha az előzőekben vizsgált szituációban a közeg fajlagos ellenállása ϱ , akkor a differenciális Ohm-törvény alapján az elektróda által létrehozott elektromos térerősség az $\mathbf{r}$ helyvektorú pontban

$$\mathbf{E} = \varrho \cdot \mathbf{j} = \frac{I\varrho}{4\pi r^3} \mathbf{r}.$$

Vegyük észre, hogy ez az elektromos mező egy $Q = \varepsilon_0 \varrho I$ nagyságú pontszerű töltés, vagy egy töltött gömb (gömbön kívüli) elektromos terével egyezik meg.



3. ábra

Tekintsük most a feladatban leírt esetet! A zsákmány belsejében elképzelt két, egymástól viszonylag távol lévő gömb egyikéből I_{zs} áram folyik ki, a másik gömbbe pedig I_{zs} áram folyik be. A gömbök között végtelen, homogén, ϱ fajlagos ellenállású közeg van. A kialakuló elektromos mező és árameloszlás (az elektromos mezőt leíró egyenletek linearitása miatt) felfogható úgy, mint egy végtelen, homogén közegben elhelyezkedő $+Q$ töltésű és egy tőle l_{zs} távolságra levő $-Q$ töltésű gömbelektroda elektromos és áramterének lineáris szuperpozíciója. A 3. ábra jelöléseivel az egyes mezők térerősségei és potenciáljai:

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_+^3} \mathbf{r}_+ = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi r_+^3} \mathbf{r}_+, \quad U_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_+} = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi r_+},$$

illetve

$$\mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-Q)}{r_-^3} \mathbf{r}_- = -\frac{\varrho I_{zs}}{4\pi r_-^3} \mathbf{r}_-, \quad U_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-Q)}{r_-} = -\frac{\varrho I_{zs}}{4\pi r_-}.$$

A szuperpozíció eredménye:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{r}_+}{r_+^3} - \frac{\mathbf{r}_-}{r_-^3} \right),$$

$$U = U_+ + U_- = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right).$$

A feladatban vizsgálandó P pontban $r_+ = r_- = r$, valamint $\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_- = \mathbf{l}_{zs}$, ezért a ragadozó helyén az elektromos térerősség

$$\mathbf{E}_P = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi r^3} \mathbf{l}_{zs}.$$

Felhasználva, hogy $r \approx y$,

$$\mathbf{E}_P = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi y^3} \mathbf{l}_{zs}.$$

3. Jelölje a zsákmányállatot modellező két gömb alakú áramforrás közül a negatív elektróda potenciálját U_x , a pozitív elektródáét pedig U_y . Ezek a potenciálok az általános képlet segítségével az r_{zs} sugarú elektródák felületén is meghatározható:

$$U_x = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi} \left(\frac{1}{l_{zs} - r_{zs}} - \frac{1}{r_{zs}} \right), \quad U_y = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi} \left(\frac{1}{r_{zs}} - \frac{1}{l_{zs} - r_{zs}} \right)$$

Az elektródák közötti U_{zs} feszültség a potenciálok különbségeként kapható:

$$U_{zs} = U_y - U_x = \frac{\varrho I_{zs}}{2\pi r_{zs}} \frac{l_{zs} - 2r_{zs}}{l_{zs} - r_{zs}}.$$

Felhasználva, hogy $r_{zs} \ll l_{zs}$, a zsákmányban elképzelt forrásgömbök közötti feszültség:

$$U_{zs} = \frac{\varrho I_{zs}}{2\pi r_{zs}}.$$

A forrásgömbök közötti R_{zs} ellenállás, és a forrás P_{zs} teljesítménye könnyen kaphatók:

$$R_{zs} = \frac{U_{zs}}{I_{zs}} = \frac{\varrho}{2\pi r_{zs}}, \quad P_{zs} = U_{zs} I_{zs} = \frac{\varrho I_{zs}^2}{2\pi r_{zs}}.$$

4. A zsákmány által keltett elektromos mező homogénnek tekinthető a ragadozó helyén, térerőssége a korábban meghatározott $\mathbf{E}_P$, ezért a helyettesítő kapcsolásban U -val jelölt feszültség:

$$U = E_r l_d = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi y^3} l_{zs} l_d,$$

ahol l_d a ragadozó érzékelő (detektáló) gömbjeinek távolságát jelöli, a gömbök sugara pedig r_d ($r_d \ll l_d$).

A környező tengervíz R_v ellenállása az R_{zs} -vel való analógia alapján:

$$R_v = \frac{\varrho}{2\pi r_d}.$$

A modellben szereplő soros kapcsolású áramkörben a kérdéselt U_d feszültség és P_d teljesítmény egyszerűen számolható:

$$U_d = U \frac{R_d}{R_d + R_v} = \frac{\varrho I_{zs}}{4\pi y^3} l_{zs} l_d \frac{R_d}{R_d + \frac{\varrho}{2\pi r_d}},$$

illetve

$$P_d = \frac{U_d^2}{R_d} = \left(\frac{\varrho I_{zs}}{4\pi y^3} l_{zs} l_d \right)^2 \frac{R_d}{\left(R_d + \frac{\varrho}{2\pi r_d} \right)^2}.$$

Megjegyzés. Az áramkör helyettesítő kapcsolása alapján megállapíthatjuk, hogy az elrendezés éppen olyan, mintha egy U elektromotoros erejű, R_v belső ellenállású feszültségforrásra R_d nagyságú terhelő ellenállást kötöttünk volna.

Jóllehet a verseny során a résztvevőktől nem kérték annak belátását, hogy a rendszer (vagyis a ragadozó + zsákmány + tengervíz) elektromos szempontból a megadott áramkörrel helyettesíthető, de „versenyen kívül” tanulságos lehet ennek végiggondolása.

Induljunk ki abból a helyzetből, amelyben a ragadozó halon még nem tud áram folyni (mondjuk azért, mert a hal „kikapcsolta” a detektáló egységét, vagyis annak belső ellenállása végtelen nagy). A hal közelében E_r az elektromos térerősség, az egymástól l_d távol levő érzékelői között tehát $U = E_r l_d$ feszültség alakul ki.

Kapcsoljuk most be a hal detektáló egységét, csökkentsük le a hal belső ellenállását a megadott R_d értékre! Ekkor a halon keresztül valamekkora I áram indul meg, s ez a ragadozó halat modellező két gömböt elektromosan töltötté teszi (az egyik pozitív, a másik negatív töltésű lesz). Ha nem lenne a környező tengervíz, akkor a hal testében folyó áramnak – a töltésmegmaradás törvénye miatt – előbb-utóbb meg kellene szűnnie. Ilyen esetben tehát a gömbök feltöltődése csak addig tarthatna, amíg az feltöltődés következtében kialakuló elektromos erőter a külső erőterrel együtt éppen nulla potenciálkülönbséget eredményez a két gömb között.

Más a helyzet azonban akkor, amikor a hal testén átáramló töltések a környező tengervízben vissza tudnak jutni az eredeti helyükre. Ekkor folyamatos I áram alakul ki, a halra (a modellben a két gömbre) jutó U_d feszültség pedig nullától különböző lesz. Ez a feszültség kétfele módon is kiszámítható. Egyrészt úgy, mint

$$U_d = I R_d$$

(Ohm-törvény). Másrészt úgy is megkapható, mint az eredő elektromos térerősségnek (vagyis a zsákmány által a ragadozó helyén létrehozott „külső” E_r és a gömbök feltöltődése miatt kialakuló E_1 különbségének) és az l_d távolságnak a szorzata:

$$U_d = (E_r - E_1) l_d.$$

A jobb oldalon a zárójelet felbontva az első tag éppen a külső erőter által létrehozott U feszültséggel egyezik meg, a második tag pedig kifejezhető a környező tengervíz „effektív ellenállásával”:

$$E_1 l_d = I R_v.$$

Mindezeket összevetve végül felírhatjuk, hogy $U - IR_v = IR_d$, s ez valóban a megadott helyettesítő kapcsolás feszültség-áram viszonyainak felel meg.

5. Az R_d függvényében vizsgált P_d teljesítmény akkor maximális, ha az

$$\frac{R_d}{\left(R_d + \frac{\rho}{2\pi r_d}\right)^2}$$

kifejezés maximális, vagy ennek reciproka minimális. Közismert, hogy ez

$$R_d = R_v = \frac{\rho}{2\pi r_d}$$

esetén következik be (vagyis akkor, amikor a „telepet” éppen a „belső ellenállásával” egyenlő nagyságú ellenállással terheljük). Ezt például a számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával, vagy deriválással láthatjuk be.

P_d maximuma behelyettesítéssel kapható:

$$P_d^{(\max)} = \frac{\rho (I_{zs} l_{zs} l_d)^2 r_d}{32\pi y^6}.$$

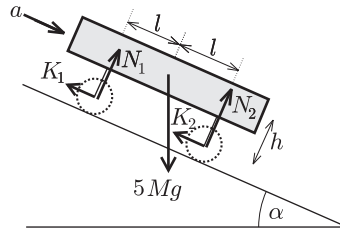
3. feladat. Lejtős úton mozgó nehéz jármű

1. Egy-egy kerék tehetetlenségi nyomatékának meghatározása

Egy $0,025 M$ tömegű, $0,8 R$ sugarú küllő tehetetlenségi nyomatéka (a végpontjára vonatkoztatva) az ismert $\Theta = ml^2/3$ elméleti formula alapján $\Theta_{\text{küllő}} = 5,33 \cdot 10^{-3} MR^2$. A kerék hengeres részének tehetetlenségi nyomatéka a tömör henger és a lyukat kitöltő tömör henger tehetetlenségi nyomatékának különbségeként számolható. A tömeg- és területarányok egyenlősége alapján kapható, hogy $m_{\text{tömör}} = 2,22 M$, $m_{\text{lyuk}} = 1,42 M$, a sugarak pedig $0,8 R$ és R . Felhasználva, hogy egy tömör henger esetén $\Theta = mR^2/2$, a vizsgált henger tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_{\text{henger}} = \Theta_{\text{tömör}} - \Theta_{\text{lyuk}} = \frac{1}{2}[m_{\text{tömör}}R^2 - m_{\text{lyuk}}(0,8R)^2] = 0,656 MR^2$, a kerék egészének tehetetlenségi nyomatéka pedig: $\Theta = \Theta_{\text{henger}} + 8\Theta_{\text{küllő}} = 0,699 MR^2 \approx 0,7 MR^2$.

2. A mozgásegyenletek

Az $5M$ tömegű kocsitestre a nehézségi erő és a kerekek (azok forgástengelye) által kifejtett erő hat.



4. ábra

A kerekek által kifejtett erőket célszerű lejtővel párhuzamos és arra merőleges komponensekre bontani. Mivel a kocsitest a lejtőn felfelé haladva gyorsul, de nem forog, mozgásegyenletei a 4. ábra jelöléseivel a következő alakba írhatók:

$$(1) \quad 5Ma = 5Mg \sin \alpha - K_1 - K_2,$$

$$(2) \quad 5Mg \cos \alpha = N_1 + N_2,$$

$$(3) \quad N_2 l = N_1 l + K_1 h + K_2 h.$$

Az M tömegű, R sugarú, $0,7 MR^2$ tehetetlenségi nyomatékú hátsó kerékre a gravitációs erőn túl tengelynél a kocsitest, a talajjal érintkező pontban pedig a lejtő fejt ki erőt (5. ábra). A kerék tömegközéppontjának gyorsulása a , a szöggyorsulást pedig jelölje β_1 . A kerék mozgásegyenletei:

$$(4) \quad Ma = K_1 - S_1,$$

$$(5) \quad Mg \cos \alpha + N_1 = T_1,$$

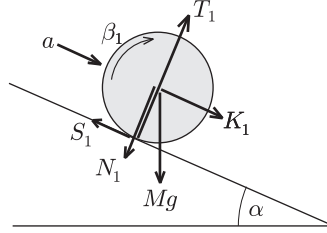
$$(6) \quad 0,7 MR^2 \beta_1 = S_1 R.$$

Ha a hátsó kerék tisztán gördül, akkor:

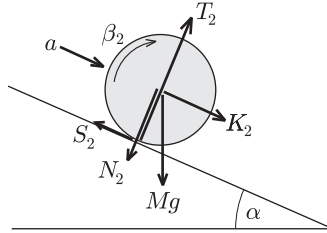
$$(7/a) \quad a = R\beta_1,$$

ha viszont csúszva gördül, akkor:

$$(7/b) \quad S_1 = \mu_k N_1.$$



5. ábra



6. ábra

Az első keréknél (6. ábra) a hátsó kerékhez hasonlóan:

$$(8) \quad Ma = K_2 - S_2,$$

$$(9) \quad Mg \cos \alpha + N_2 = T_2,$$

$$(10) \quad 0,7 MR^2 \beta_2 = S_2 R.$$

Tiszta gördülésnél

$$(11/a) \quad a = R\beta_2,$$

ha pedig csúszva gördül, akkor:

$$(11/b) \quad S_2 = \mu_k N_2.$$

3. A különböző mozgástípusok elemzése

a) Tételezzük fel, hogy olyanok a viszonyok, hogy *mindkét kerék tisztán gördül*. Ekkor az (1)–(11) egyenletrendszer tiszta gördülésre vonatkozó egyenleteinek megoldása:

$$\begin{aligned} a &= \frac{5}{6} g \sin \alpha, & \beta_1 &= \beta_2 = \frac{5}{6} \frac{g}{R} \sin \alpha, \\ S_1 &= S_2 = \frac{7}{12} Mg \sin \alpha, \\ K_1 &= K_2 = \frac{5}{12} Mg \sin \alpha, \\ N_1 &= \left(\frac{5}{2} \cos \alpha - \frac{5h}{12l} \right) Mg, & N_2 &= \left(\frac{5}{2} \cos \alpha + \frac{5h}{12l} \right) Mg \\ T_1 &= \left(\frac{7}{2} \cos \alpha - \frac{5h}{12l} \right) Mg, & T_2 &= \left(\frac{7}{2} \cos \alpha + \frac{5h}{12l} \right) Mg. \end{aligned}$$

A feltételezett tiszta gördülés akkor jön létre, ha $S_1 \leq \mu_s T_1$ és $S_2 \leq \mu_s T_2$ teljesül. Az erők behelyettesítésével látható, hogy a két feltétel közül a hátsó kerékre vonatkozó az erősebb, nevezetesen (a lejtő hajlásszögére megfogalmazva)

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \frac{\mu_s}{1 + \frac{5h}{7l} \mu_s}.$$

b) Ha a lejtő hajlásszöge egy kicsit meghaladja ezt a kritikus értéket, akkor *a hátsó kerék csúszva, az első kerék pedig tisztán gördül*. Az (1)–(11) egyenletrendszernek ezt az állapotot leíró egyenleteiből – hosszú számolással – a következőt kaphatjuk:

$$a = \frac{\left(1 + \frac{5h\mu_k}{14l}\right) \sin \alpha - \frac{1}{2}\mu_k \cos \alpha}{\frac{11}{10} + \frac{5h}{11l}\mu_k}.$$

Az első kerék tiszta gördülésének feltétele: $S_2 \leq \mu_s T_2$. Ezt a feltételt a hajlásszögre kifejtve a következő adódik:

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \frac{6\mu_s + 77\mu_k + \frac{325h}{7l}\mu_s\mu_k}{14 - \frac{5h}{l}(\mu_s - \mu_k)}.$$

c) Ha a lejtő hajlásszöge ezt kritikus értéket is meghaladja, akkor *mindkét kerék csúszva gördül*. Az (1)–(11) egyenletrendszer ide vonatkozó egyenleteiből a kocsí gyorsulására és a kerekek szöggyorsulására a következő eredmény adódik:

$$\begin{aligned} a &= g(\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha), \\ \beta_1 &= \frac{5}{7} \frac{g}{R} \mu_k \left(7 - \frac{5h}{l} \mu_k\right) \cos \alpha, \\ \beta_2 &= \frac{5}{7} \frac{g}{R} \mu_k \left(7 + \frac{5h}{l} \mu_k\right) \cos \alpha. \end{aligned}$$

4. A hirtelen megcsúszó jármű esete

Vizsgáljuk azt az esetet, amikor az álló helyzetből induló jármű kerekei d úton tisztán gördülnek, majd $s - d$ úton mozgásuk csúszva gördülés. Jelölje a_t , illetve a_{cs} a jármű gyorsulását a tiszta gördülés, illetve a csúszás szakaszában, $\beta_{\text{első}}$, illetve $\beta_{\text{hátsó}}$ a kerekek szöggyorsulását a csúszva gördülés idején. (Ezeket a mennyiségeket a 3. részfeladatban meghatároztuk.) Az egyenletesen változó mozgásra vonatkozó kinematikai összefüggések felhasználásával könnyen kapható a jármű végsebessége, illetve az egyes kerekek szögsebessége:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2a_t d + 2a_{cs}(d - s)}, \\ \omega_{\text{első}} &= \frac{\sqrt{2a_t d}}{R} + \beta_{\text{első}} \frac{\sqrt{2a_t d + 2a_{cs}(d - s)} - \sqrt{2a_t d}}{a_{cs}}, \\ \omega_{\text{hátsó}} &= \frac{\sqrt{2a_t d}}{R} + \beta_{\text{hátsó}} \frac{\sqrt{2a_t d + 2a_{cs}(d - s)} - \sqrt{2a_t d}}{a_{cs}}. \end{aligned}$$

Kísérleti forduló

I. feladat. Az e/k_B arány meghatározása elektrolízissel

A rész: A kémcsövön lévő önkényes skála kalibrálása

A rendelkezésre álló vékonyabb huzalból és az acélgolyóból „matematikai” ingát lehetett készíteni. Ennek lengés-idejét stopperrel megmérve g ismeretében meg lehetett határozni az inga (centiméterben mért) hosszát, majd a huzal segítségével kalibrálni lehetett a kémcsövön lévő – ismeretlen léptékű – skálát.

B rész: Az e/k_B arány meghatározása

A kémcsövet szájával lefelé fordítva kellett a vízbe helyezni, elhelyezve benne az egyik elektródát. Vezetékekkel lehetett létrehozni az áramkört, amelyben mérhető volt az áramerősség. A víz alatt a vezetékot nehezékekkel lehetett rögzíteni. Érdekes volt úgy megválasztani a polaritást, hogy a kémcsőben hidrogén gyűljön össze, mert ennek mennyisége éppen kétszerese a keletkező oxigén mennyiségének.

Az áramerősség és az idő szorzata a töltést adja meg, ezt az elemi töltés kétszeresével leosztva megkapjuk a keletkező hidrogén molekulák számát. Az ideális gáz állapotegyenletét felírhatjuk a részecskeszám és a Boltzmann-állandó segítségével. A nyomás és a hőmérséklet pillanatnyi értékét a verseny szervezői közölték a diákokkal, akiknek így csak a térfogatváltozást kellett mérniük az előző részfeladatban kalibrált skála segítségével. A mért adatokból rövid számolás után meg lehetett határozni az e/k_B arányt.

A mérés során az egyenletes elektrolízis érdekében érdemes volt alacsony, 4 mA-nél nem nagyobb áramerősséget választani, és ezzel legalább egy órányit mérni. Ezzel a módszerrel nagyjából 10%-os pontossággal határozható meg az e/k_B arány.

II. feladat. Optikai „fekete” doboz

Az optikai fekete dobozban két optikai rácsot helyeztek el. Ezeket egymásra merőlegesen, vagyis keresztezett állásban, belülről felragasztották a doboz két szemközti falára. A doboz belsejében az optikai rácsokon kívül még egy megdöntött helyzetű planparalel (sík-párhuzamos) lemez is volt.

A planparalel lemezre abból lehetett következtetni, hogy az optikai tengelyen haladó direkt fénysugarat az eszköz egy kissé eltérítette. Ha viszont megdöntöttük a dobozt, akkor egy bizonyos szögben történő megdöntéskor az eltérítés megszűnt. Ebből a megdöntésből lehetett megadni a planparalel lemez helyzetét a dobozban, illetve a direkt sugár eltérítéséből kaphatták meg a versenyzők a lemez vastagságát. Ehhez le kellett vezetniük az eltérítés formuláját, és ismerniük kellett az üveg törésmutatóját. A planparalel lemez adatait 20%-os pontossággal lehetett megkapni.

A keresztezett állású optikai rácsok, valamint a dobozon lévő párhuzamos rések érdekes, meglepő hatást eredményeztek. Ha az egyik oldalról küldtük be a fényt, akkor a másik oldalon négyzetrácsszerű elhajlási képet kaptunk, ami lényegében megegyezett azzal, mintha a két rács közvetlenül érintkezne egymással. Ha viszont a doboz másik oldaláról érkezett a fény, akkor az elhajlási kép olyan volt, mintha csak egy rács lenne a dobozban, az elhajlási maximumok csak egy sorban helyezkedtek el, mégpedig a résekkel párhuzamosan. Ennek az oka az, hogy ekkor az első rács a résekre merőleges elhajlást ad, amelyek közül a második rács csak a direkt sugarat engedi érvényesülni a második résen. A rendszer „félvezető”, aszimmetrikus jellegét szórakoztató és egyben tanulságos is önállóan végiggondolni. Az öt magyar versenyzőből hárman jöttek rá teljes mértékben a „fekete doboz” tartalmára, ami – a többi ország versenyzőjéhez képest – nagyon jó aránynak számít.

Az optikai rácsok ismert elhajlási formulájából ki lehetett számítani, hogy az egyik rács rácsállandója $2\text{ }\mu\text{m}$ értékű, míg a másiké $1\text{ }\mu\text{m}$ nagyságú volt, amit 10%-os pontossággal lehetett meghatározni. Ebben a mérésben a versenyzőknek – a kísérleti feladatoknál szinte kötelező eljárástól eltérve – nem kellett hibabecsléssel foglalkozniuk. A rendezők így próbálták egy kicsit könnyebbé tenni a meglehetősen időigényes mérési feladatokat.