

Rábai Imre

1. Az $ABCD$ háromszög oldalai $AB = 20$, $BC = 13$, $CA = 11$ egység hosszúak. Számítsuk ki a háromszög területét, valamint a beírható és körülírható körének sugarát!

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet.

$$\left(x^2 + x + 1 + \frac{2}{x-1}\right) \left(x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1}\right) = x^4 + x^2 + 1$$

3. A (b_n) számtani sorozat első tagja $b_1 = 3$, különbsége $d_1 = 4$; a (c_k) számtani sorozat első tagja $c_1 = 2$, különbsége $d_2 = 7$. A két sorozat közös tagjai az (a_m) sorozatot határozzák meg. Fejezzük ki m -mel az (a_m) sorozat első m tagjának az összegét!

4. Egy háromszög két oldalának hossza b és c egység, és tudjuk, hogy a háromszög területe $T = a^2 - (b - c)^2$. Fejezzük ki b -vel és c -vel a háromszög a oldalának hosszát!

5. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} 3^{1+2\log_3(y-x)} &= 48 \\ 2\log_5(2y-x-12) &= \log_5(y-x) + \log_5(y+x). \end{aligned}$$

6. Oldjuk meg a

$$2\sin 2x = 2\sqrt{6}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$$

egyenletet a valós számok halmazán!

7. Az $x + y = 15$ egyenletű egyenes az x tengelyt az A , az y tengelyt a B pontban metszi. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges a $3x + y = 2002$ egyenletű egyenesre, metszi az OB szakaszt a C , az AB szakaszt a D pontban, és amelyre az $OADC$ négyszög területe $58,5$ területegység, ahol O az origó!

8. Bizonyítsuk be, hogy ha valamely $(x; y)$ számpárra $x^2 + y^2 = 18$, akkor $|x + y| \leq 6$. Mely számpárokra áll fenn az egyenlőség?