1. Tekintsük az $x^2+4kx+4(2k-1)=0$ egyenletet, ahol k valós paraméter. Igazoljuk, hogy az egyenletnek minden valós k esetén van valós megoldása. Oldjuk meg az egyenletet, ha a gyökök négyzetének összege a lehető legkevesebb.
2. Igazoljuk, hogy egy rombusz oldala pontosan akkor (akkor és csak akkor) mértani közepe a rombusz átlóinak, ha a rombusz hegyesszöge $30°$.
3. Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

$$a)\quad \sqrt[3]{15+2x}+\sqrt[3]{13-2x}=4; \qquad b)\quad \left(\log_x 3\cdot\log_{\frac{x}{3}} 3\right)+\log_{\frac{x}{81}} 3=0;$$
$$c)\quad \cos^4 x+\cos^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}.$$

4. Az ABC háromszögben $AC=5{,}8$, $BC=5$ egység, az AB oldalhoz tartozó magasság $m_c=4$ egység. Számítsa ki a háromszög köré írt kör sugarát és a háromszög területét.
5. Igazoljuk, hogy minden n pozitív egész számra

a) $36^n+10\cdot 3^n$ osztható 11-gyel;

b) $4^{2n}-3^{3n}-7$ osztható 84-gyel!

6. *a*) Tekintsük azt az $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto f(x)$ függvényt, ahol

$$f(x)=(ax+b)^2+(cx+d)^2,$$

ahol $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ és $ac\neq 0$. Az f függvény melyik x helyen veszi fel a legkisebb értékét, és mennyi ez a legkisebb érték?

b) Melyik az a legbővebb halmaz, amelyre a $g(x)=\dfrac{1}{1+(\operatorname{tg} x)(\operatorname{tg} 2x)}$ értelmezhető? Tekintsük az ezen a halmazon értelmezett $x\mapsto g(x)$ függvényt. Felveszi-e a g függvény a legnagyobb, illetve a legkisebb értéket? Ha felveszi, akkor melyik x helyen veszi fel és mennyi a függvény szélsőértéke?
7. Igazoljuk, hogy az $A(1;-1)$, $B(3;3)$ és $C(4;5)$ pontok egy egyenesre illeszkednek. Milyen arányban osztja a B pont az AC szakaszt? Mi azon P pontok halmaza és annak egyenlete, amelyekre $\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{AB}{BC}$?
8. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a

$$\cos 2x+(1-2\sin y)\cos x+1-\sin y=0$$

kétismeretlenes egyenletet.