Pásztor István matematikus, egyetemi docens emlékére
Rábai Imre

1. Egy város lakóinak száma jelenleg 86 000. A növekedés mértéke évente 5%. Hány lakosa volt a városnak 3 évvel ezelőtt? Három év alatt hány százalékkal nőtt a lakosság létszáma?

2. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$x^{\log_3 y} + 2 \cdot y^{\log_3 x} = 27,$$
$$\log_3 y - \log_3 x = 1.$$

3. Egy $2\sqrt{3}$ egység oldalú négyzet minden oldalára a négyzet belsejében olyan egyenlő szárú háromszögeket szerkesztünk, amelyeknél a szárak által bezárt szög 120°-os. Mekkora annak a négyszögnek a területe, amelynek csúcsai a háromszögek négyzeten belüli csúcsaival azonosak?

4. Az ABC derékszögű háromszög átfogója $AB = 2\sqrt{3}$ egység. Az átfogó felezőpontja C_1, a BC befogó felezőpontja A_1. A CC_1 súlyvonal merőleges az AA_1 súlyvonalra. Számítsuk ki a befogók hosszát!

5. Egy téglatest két oldallapjának területe 12 illetve 36 területegység, a testátló hossza 13 egység. Számítsuk ki a téglatest felszínét és térfogatát!

6. Melyek azok az n természetes számok, amelyekre az alábbi állítások közül pontosan két állítás igaz?

$a)$ $120n - 4n^2 - 899 > 0$;
$b)$ $n + 1$ osztható 7-tel;
$c)$ $n^2 - 1$ osztható 7-tel.

7. Adjuk meg az α paraméter azon értékeit a $[0, 2\pi]$ intervallumban, amelyeknél a $(2\sin\alpha+1)x^2-4x+4\sin\alpha-2 = 0$ egyenlet gyökei ellenkező előjelűek!

8. Hány olyan egyenes illeszkedik a sík $B(4;3)$ pontjára, amely az x tengelyt egész abszcisszájú pontjában, az y tengely pozitív felét prímszám ordinátájú pontjában metszi? Írjuk fel ezeknek az egyeneseknek az egyenletét!