

1. Az  $a, b, c, x, y, z$  valós számokra  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$  és  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ . Mennyi  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$  értéke?
2. Oldjuk meg a  $4 \cdot \log_x 2 = 7 + 2 \cdot \log_2 x$  egyenletet a valós számok halmazán!
3. Az  $x^3 + x^2 - 14x + m = 0$  egyenlet egyik gyöke 3. Határozzuk meg az  $m$  valós paraméter és a másik két gyök értékét!
4. Az  $ABC$  háromszögben a  $B$  csúcsból húzott magasságvonal az  $AC$  egyenest a  $D$  pontban, a  $C$ -ből húzott magasságvonal az  $AB$  egyenest az  $E$  pontban metszi. Mekkora a  $DE$  szakasz hossza, ha  $\angle CAB = 70^\circ$ ,  $AB = 12$  cm,  $AC = 10$  cm?
5. Oldjuk meg a  $\cos(2x) - 3 \cos x + 2 \leq 0$  egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
6. Legfeljebb hány különböző pozitív prímszám adható meg úgy, hogy közülük bármely három összege is prímszám legyen?
7. Az  $R$  sugarú gömbbe írt egyenes körhengerek közül melyik henger térfogata maximális? Mekkora a térfogat lehető legnagyobb értéke?
8. Adott az  $y = x^2$  parabola és az  $A(9, 8)$  pont. A parabola mely  $P$  pontjába húzott érintőjére igaz, hogy ez az érintő merőleges az  $AP$  egyenesre?