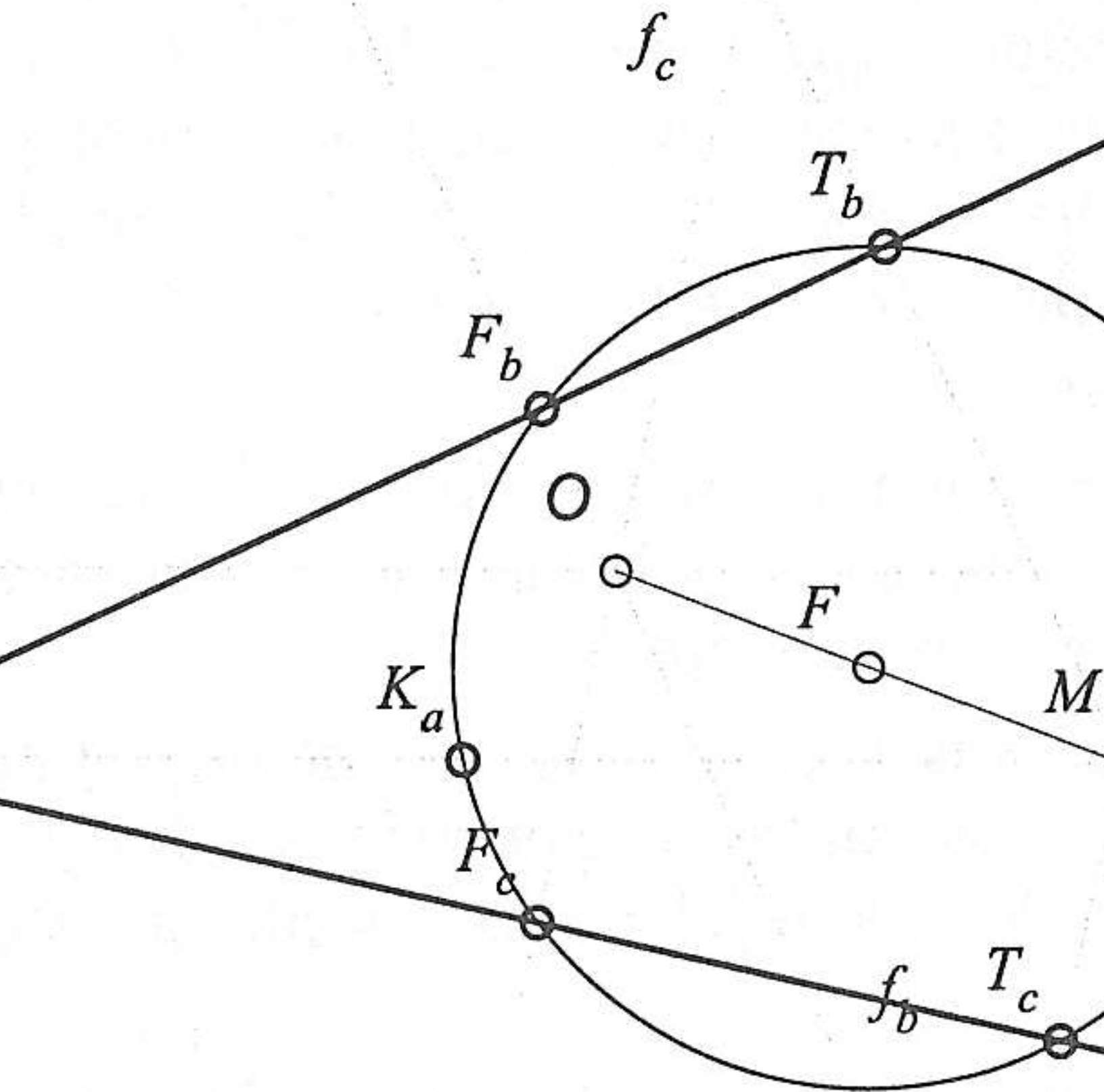


Az Euklides geometriai szerkesztőprogram első közelítésben a jól ismert körzős-vonalzós geometriai szerkesztések gépesítésére készült. A számítógép lehetőségei által azonban ennél azóta lényegesen többre alkalmas; igazából külön műfajt képvisel: az ún. *dinamikus geometriát*.

A számítógépesítésből fakadó egyik előny a nagy pontosság. Papíron szerkesztve már ember legyen a talpán az is, akinek a háromszög nevezetes vonalai egy pontban metszik egymást. A számítógépen készített szerkesztések akár több száz vagy ezer objektum esetén is olyan pontosak, hogy nem lehet bennük hibát találni, akár a program által biztosított mintegy tízszeres nagyítási lehetőséggel, akár a lézernyomtatóval készült nyomtatáson keressük – ne is tegyük.

De az igazi újdonság mégiscsak az, hogy a szerkesztések objektumai a struktúra megőrzése mellett szabadon mozgathatók. Míg papíron – legyen bármilyen pontos – csak egy statikus ábra vizsgálatára van mód, addig az Euklides-szel magát a struktúrát tanulmányozhatjuk. Mozgatással megfigyelhetjük az objektumok egymásra épülését, változását.

A program a geometriában kezdő általános iskolától az egyetemi professzorig mindenkinek tud nyújtani valamit. Az alapszerkesztésekkel ismerkedő diákok láthatják vele a fától az erdőt, még ha a kézi szerkesztés megtanulása alól természetesen nem is mentesül ezzel senki. A középiskolai szerkesztések, összefüggések, tételek tanulmányozásához, feladatok megoldásának megsejtéséhez, diszkutálásához kimondottan ajánlott. A projektív geometriában való alkalmazhatósága és a másodrendű görbék kezelése révén pedig egyetemi előadások nélkülözhetetlen kelléke, egyetemisták és tanárok hasznos segítőtársa lehet.



1. ábra: A Feuerbach-kör és a háromszög nevezetes pontjai

Első példának álljon itt egy klasszikus geometria szerkesztés: a háromszög Feuerbach-köre. Ezen a körön a háromszög kilenc jól meghatározott, nevezetes pontja helyezkedik el. E kör nevezetes tulajdonsága, hogy érinti a háromszög beírt és hozzáírt köreit. E szerkesztés pontos elkészítése papíron már igencsak feszegeti egy tapasztalt geométer képességeit és türelmét is. Nem beszélve arról, hogy nem kevés tapasztalat kell ahhoz, és előre nem is mindig látható, hogy a fáradságosan elkészített szerkesztés milyen kiindulási elrendezés mellett mutatja majd legjobban, amit látni láttatni szeretnénk. A programmal a szerkesztés mozgatható, így egyetlen konstrukciónak több és minél jobb változata pillanatok alatt előállítható.

Az Euklides program logikusan és didaktikusan építi fel a szerkesztéseket az euklideszi elvek alapján, de az alapvető objektumokon kívül több tucat komplex beépített objektumot is tartalmaz: pl. egyetlen kattintással behúzható egy szakasz felező merőlegese vagy a három csúcs megjelölésével a háromszög nevezetes pontjai. Akinek ez nem elég, speciális feladatokra ún. makrókat készíthet. Ez azt jelenti, hogy elvileg tetszőleges bonyolultságú szerkesztéssel definiálhat egy új saját objektumot, amit aztán a „gyárilag” beépítettekkel azonos módon használhat.

Különösen a felsőfokú geometriához hasznosak a többféle módon (pl. az általánosan 5 ponttal) felvehető kúpszeletek, valamint a gyárilag beépített pólus–póláris szerkesztési lehetőségek. Közvetlenül lehet poláris egyenest és így érintőket is szerkeszteni kúpszelethez is!

Az Euklides képes az alapvető ponttranszformációk mellett (eltolás, elforgatás, tükrözések) a körre vonatkozó inverzió és a merőleges vetítések elvégzésére is.

Nyilván nem meglepő, hogy a jobb láthatóság érdekében különböző színekkel és vonalstílusokkal készülhet az ábra. Az adott szempontból lényegtelen objektumokat el is rejthetjük. A szerkesztésben alkalmazhatjuk a grafikus programokból ismert ún. fóliatechnikát; az objektumokat képzeletbeli átlátszó fóliákra csoportosíthatjuk, aztán ezeket együtt kezelhetjük, például teljes fóliatartalmak egy mozdulattal elrejthetők és megjeleníthetők, átszínezhetők stb. Profi felhasználók a szerkesztéseket mindig több fóliára építik fel.

Az objektumokhoz (pontok, egyenesek stb.) címkéket helyezhetünk el a képernyőn, ezen túl pedig megjegyzést fűzhetünk hozzájuk, mely kívánságra megjelenik. A címkékben az objektumparaméterek (pl. pont koordinátái, szakasz hossza) dinamikusan is megjeleníthetők. Emellett a származásvizsgálati lehetőség segít megérteni bonyolultabb, esetleg másoktól kapott szerkesztéseket is; egy-egy objektum közvetlen és közvetett őseit, illetve leszármazottait a program meg tudja mutatni. Akár vissza is játszhatjuk lépésről lépésre a szerkesztés felépülését.

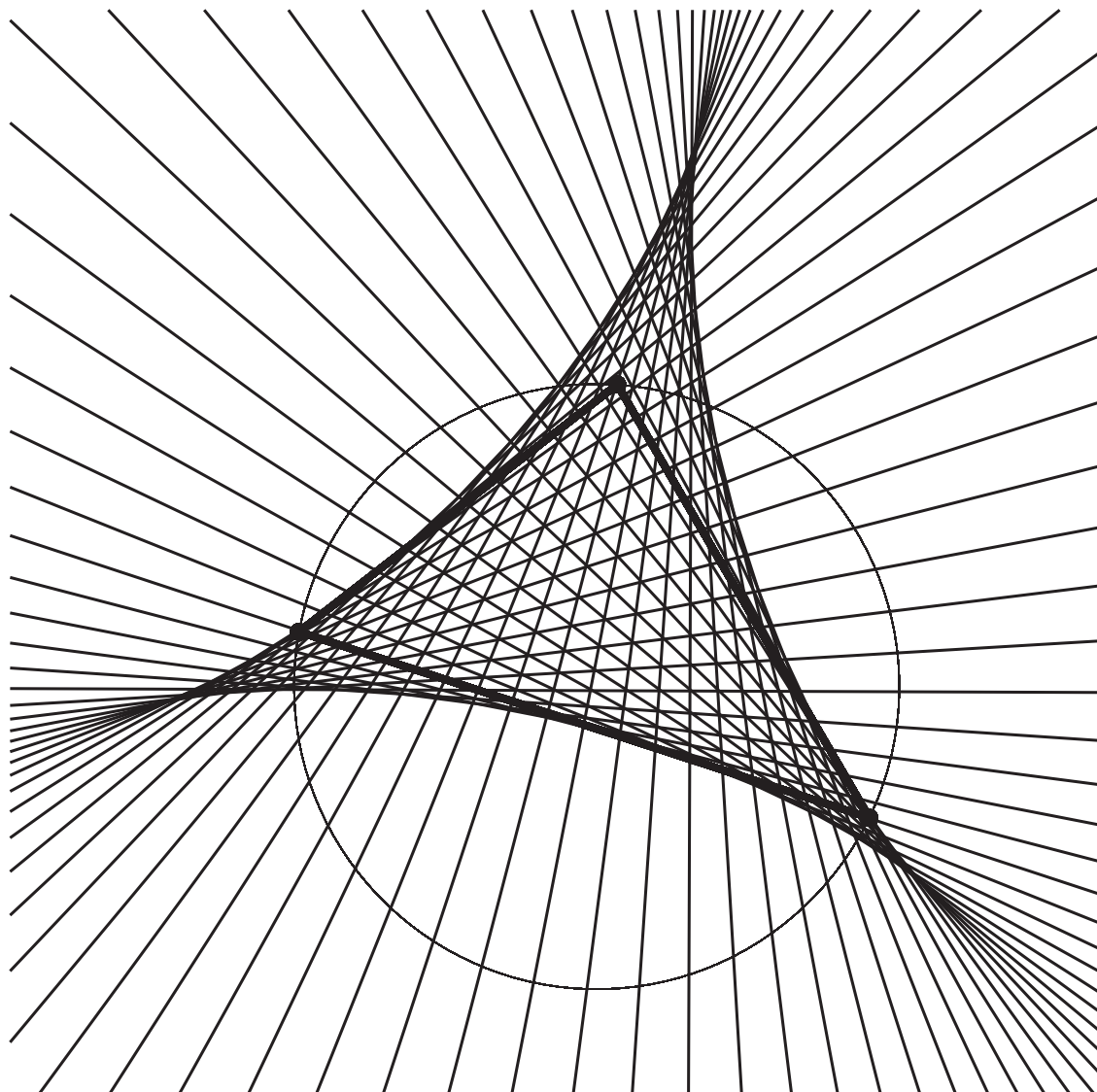
Egyik különleges lehetőség a nyomvonal-képzés. Ez azt jelenti, hogy egy elkészített szerkesztés egy kiindulási pontját gondolatban végigfuttatva egy adott görbén megjeleníthető egy belőle származó pont pályája.

A legújabb változat arra is képes, hogy a pont futását és a szerkesztés egészének változását mozgó animációként mutassa. Sőt még tovább megy azzal, hogy a fázisok egyidejűleg is megjeleníthetők. Nem jelent gondot pl. egy kúpszelet burkoló-seregének megrajzolása.

A programmal készített szerkesztés tetszőleges része kiválasztható egy mozgatható papírral és egy aktív mezővel nyomtatáshoz vagy szabványos Windows vektoros WMF fájlba exportáláshoz. Ez utóbbi lehetőséggel feladatmegoldásokhoz, publikációkba készíthetünk geometriai illusztrációkat. Jelen cikk ábrái is így készültek.

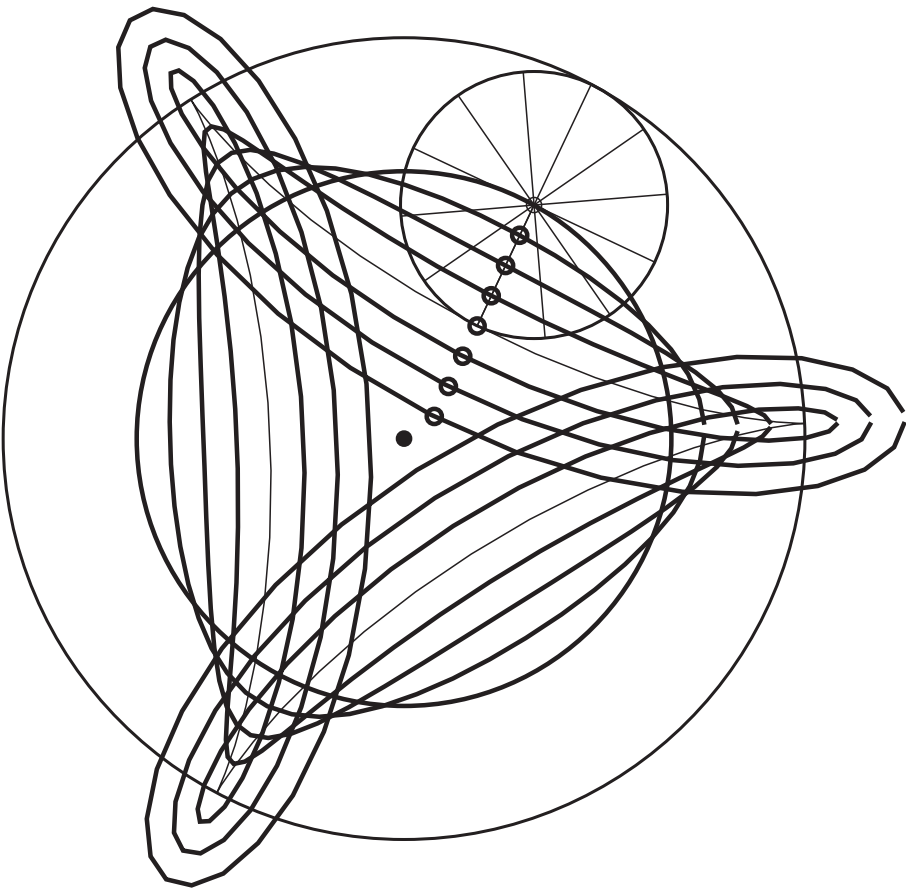
## Lássunk egy nemtriviális példát!

Egy háromszög köré írt kör valamely pontjának az oldalakra eső merőleges vetületei egy egyenesen vannak (Simson-egyenes). Ez az egyenes mozog, miközben a kiválasztott pont körbefut a köréírt körön. Mit mondhatunk az így generálódó egyenes-seregről? Ugye nem könnyű elképzelni már a feladatot sem? Az ehhez hasonló esetekben sokat segíthet az Euklides – KöMaL-feladatmegoldóknak és versenyzőknek is. A probléma kifejtése a KöMaL 1906. decemberi számában, Bartók Imre cikkében megjelent.

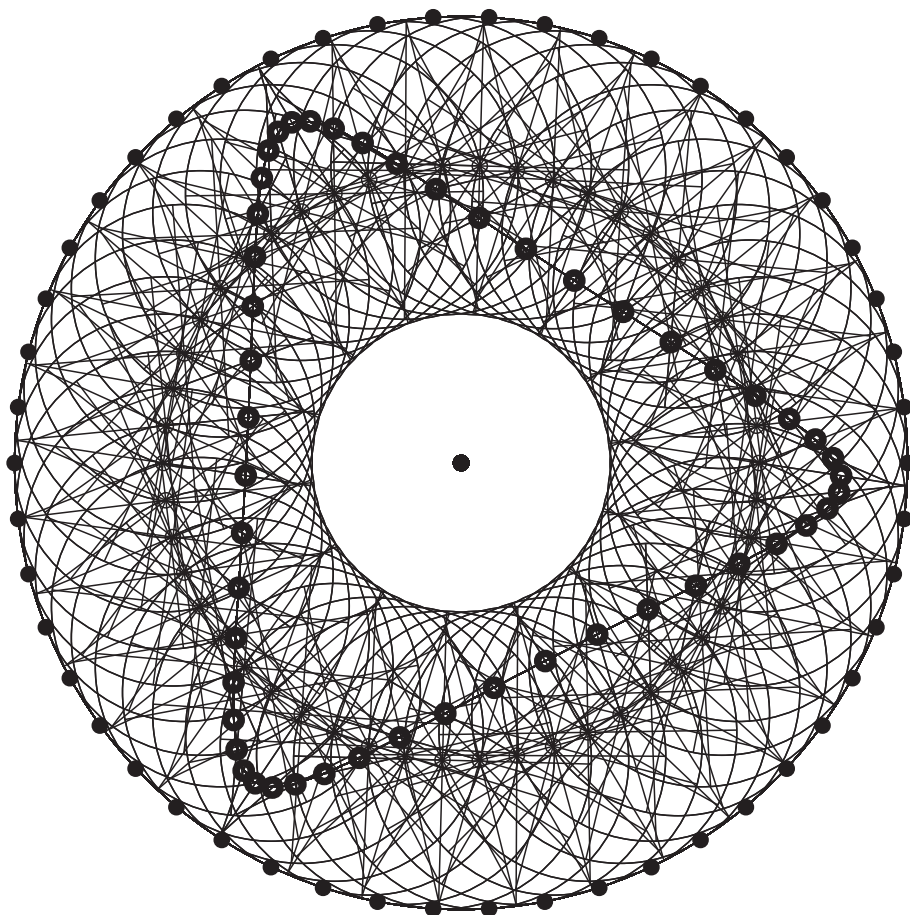


2. ábra: Egy háromszög Simson-egyenesei

Az Euklides jelenlegi állapota a szerzők és más aktív felhasználók szerint (finoman szólva) felveszi a versenyt a műfaj nemzetközileg elterjedt egyéb képviselőivel, ezért angol nyelvű változata is van. Nem elhanyagolható szempont azonban, hogy eredendően magyar fejlesztés, így nemhogy a program és a hozzá tartozó részletes Súgó beszél magyarul, de egy százoldalas, részletes felhasználói kézikönyv is szabadon hozzáférhető.



3. ábra: Cikloisok



4. ábra

Az Euklides e cikk megjelenésekor remélhetőleg már a 2.4 publikált verziónál tart. A program elérhető az Interneten a [www.moti.hu/euklides](http://www.moti.hu/euklides) címen. Egy régebbi, kisebb tudású változata (1.1) ingyenes, a friss változat shareware kereskedelmi termék. Ez azt jelenti, hogy a fenti címről letölthető változat (melyhez részletes magyar nyelvű Súgó, sok-

sok példaszerkesztés és külön letölthető kézikönyv is tartozik) bizonyos korlátozásokkal működik, amelyek feloldódnak, ha a felhasználó regisztrációs díj befizetésével megvásárolja a programot. A részletekkel kapcsolatban lásd a Súlyót és a fenti honlapot. A programmal kapcsolatos kérdéseket a szerzők az [euk@freemail.hu](mailto:euk@freemail.hu) címen várják.

**László István**