

1. Egy konvex négyszög oldalfelező pontjai egy rombusz csúcspontjai. A rombusz oldala 6 egység, a rombusz egyik szöge 30° . Számítsa ki a négyszög területét! (Hány ilyen négyszög létezik?)

2. Oldja meg az

$$\log_x(-2x^2 - 2x + 4) \geq \log_x(4 - 3x)$$

egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

3. Egy háromszög a , b , c_1 oldalai között az

$$\frac{(a+b)^2 - c_1^2}{ab} = 2 - \sqrt{2},$$

egy másik háromszög a , b , c_2 oldala között a

$$\frac{c_2^2 - (a-b)^2}{ab} = 2 + \sqrt{2}$$

összefüggés áll fenn. Igaz-e, hogy a két háromszög területe egyenlő?

4. Oldja meg a

$$\sqrt{x+4+2\sqrt{x+3}} - \sqrt{2x+3-4\sqrt{2x-1}} = 3$$

egyenletet a valós számok halmazán.

5. Tekintsük az

$$x \mapsto f(x) = 3\sqrt{3}\sin^2 x + 6\sin x \cos x - 3\sqrt{3}\cos^2 x, \quad x \in \mathbf{R}$$

függvényt! Határozza meg a függvény legnagyobb és legkisebb értékét, valamint azokat az x helyeket, ahol ezeket a szélsőértékeket felveszi.

6. Négy szám egy számtani sorozat négy egymást követő tagja. Ha az első számhoz 1-et, a negyedikhez 4-et hozzáadunk, a másodikból 6-ot, a harmadikból 4-et kivonunk, akkor az így kapott négy szám egy mértani sorozat négy egymást követő tagja. Melyik ez a négy szám?

7. A k kör érinti az x tengelyt és a $3x - 4y + 45 = 0$ egyenletű e egyenest az $y_0 = 9$ ordinátájú pontjában. Írja fel a k kör egyenletét.

8. Az $x^2 - 2x + (a-1)^2 = 0$ egyenlet valós gyökeinek négyzetösszege az a valós paraméter mely értéke esetén a legkisebb, illetve a legnagyobb? Mennyi ez a legkisebb, illetve legnagyobb érték?

Rábai Imre