

<sup>1</sup>A megoldást jövő havi számunkban közöljük. A feladatokat Varga István és Pataki János javaslataiból állítottuk össze.

**1.** Egy ellipszis fókuszai  $F_1(9; 20)$  és  $F_2(49; 55)$ . Az ellipszis érinti az  $x$  tengelyt. Milyen hosszú az ellipszis nagytengelye? 53 (1); 72 (2); 85 (X).

**2.** Hány adattal jelezhető egy „egy kristály” rugalmas viselkedése? Kettővel (pl. a Young-modulussal és a torziómodulussal) (1); hattal (kristálytengelyenként kettővel) (2); húsznál is több adattal (X).

**3.** Tekintsük az 1001, 1004, 1009, ... sorozatot, ahol  $a_n = 1000 + n^2$ . Jelölje  $d_n$  a fenti sorozat szomszédos elemeinek legnagyobb közös osztóját, tehát  $d_n = (a_n, a_{n+1})$ . Mennyi a  $d_n$  számok maximuma? 2001 (1); 4001 (2); a  $d_n$  sorozat nem korlátos (X).

**4.** Egy 4,5 cm hosszú folyadékszál átmérője 0,2 mm. Legfeljebb hány egyforma gömb alakú cseppé szakadhat szét a szál „magától”? 100-ra (1); 200-ra (2); 300-ra (X).

**5.** Hány szorzással lehet kiszámítani  $2001^{2001}$ -t? 1000 (1); legalább 17 (2); 16 elegendő (X).

**6.** Egy gömb alakú esőcsepp  $2 \frac{m}{s}$  sebességgel esik. Mekkora sebességgel fog esni két ilyen egyforma esőcseppből formálódott, szintén gömb alakú csepp?  $2^{\frac{7}{8}} \frac{m}{s}$  (1);  $2^{\frac{5}{8}} \frac{m}{s}$  (2);  $4^{\frac{1}{3}} \frac{m}{s}$  (X).

**7.** Ha  $f(n)$  jelöli egy szám tízes számrendszerbeli alakjában a nullák számát, akkor az

$$S = 2^{f(1)} + 2^{f(2)} + \dots + 2^{f(999\,999)}$$

értéke 1 594 404 (1); 1 495 404 (2); 1 595 440 (X).

**8.** Egy elhanyagolható tömegű merev rúd egyik végéhez egy nagyobb, a másik végéhez pedig egy kisebb tömegű testet rögzítettünk. (Mindkét test pontszerűnek tekinthető.) A rudat függőleges helyzetben súrlódásmentes asztalra helyezük, és hagyjuk, hogy eldőljön. Melyik esetben csapódik nagyobb sebességgel a rúd „felső” vége az asztalhoz, ha a nagyobb tömegű test volt felül (1); ha a kisebb tömegű test volt felül (2); mindkét esetben ugyanakkora a sebesség (X).

**9.** Ha  $A$  a 27 legkisebb olyan pozitív többszöröse, amelyeknek a tízes számrendszerbeli alakjában csak a 0 és az 1 jegyek fordulnak elő, akkor  $A$  jegyeinek a száma 27 (1); 9 (2); 10 (X).

**10.** Egy homogén tömegeloszlású tetraédert vízszintes asztallapra állítunk. Hány olyan oldala lehet, amelyről felborul? Legfeljebb egy (1); legfeljebb kettő (2); legfeljebb három (X).

**11.** Hány olyan pozitív páros szám van, amelyet nem lehet felírni két pozitív páratlan összetett szám összegeként? 13 (1); 14 (2); 43 (X).

**12.** Egy tornatermi mászórúd és egy mászókötel egyforma hosszúságú és egyforma tömegű. Mindkét test a mennyezetről lóg, és a rögzítő csukló körül szabadon elfordulhat. Mindkét testet ugyanakkora nagyságú, vízszintes irányú erővel húzzuk az alsó végpontjánál. Melyikük alsó vége kerül magasabbra az egyensúlyi helyzetben? A rúd (1); a kötel (2); pontosan egyforma magasan lesz az alsó végük (X).

**13.** Az első 2001 pozitív egész közül hány darab áll elő  $[x] + [2x] + [4x] + [8x]$  alakban? 1001 (1); 1067 (2); 1113 (X).

**13 + 1.** Három egyforma iránytűt egy szabályos háromszög csúcsaiba helyezünk el úgy, hogy a háromszög síkjában tudnak forogni. Külső mágneses tér nincs. Hogyan állnak az iránytűk stabil egyensúlyi helyzetükben? Mindhárom iránytűnek az északi (vagy a déli) pólusa a háromszög súlypontja felé mutat (1). Mindegyik iránytű párhuzamos a háromszög szemközti oldalával (2). Valahogy másképp (a felsorolt helyzetektől eltérő módon) (X).