

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{2x+2}{7} = \frac{(x^2-x-6)(x+1)}{x^2+2x-3}.$$

2. Mely a egész számok esetén lesz a következő kifejezés helyettesítési értéke is egész?

$$\left(\frac{a+1}{1-a} + \frac{a-1}{a+1} - \frac{4a^2}{a^2-1}\right) : \left(\frac{2}{a^3+a^2} - \frac{2-2a+2a^2}{a^2}\right)$$

3. Három pont, $A(1; a)$, $B(3; b)$, $C(4; c)$ második koordinátájáról tudjuk, hogy

$$a = -\frac{\sin 39^\circ + \sin 13^\circ}{\sin 26^\circ \cdot \cos 13^\circ}, \quad b = \sqrt{10^{2+\lg 25}}, \quad c = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)^3.$$

Egy egyenesen van-e ez a három pont?

4. Az alábbi két változat közül melyik a kedvezőbb:

I. A bank évi 20% kamatot fizet, az éves infláció pedig 15%,

II. A bank évi 12% kamatot fizet, az éves infláció pedig 7%.

5. Egy egész számokból álló számtani sorozat első négy tagja: a_1, a_2, a_3, a_4 . Mutassuk meg, hogy $1 \cdot a_1^2 + 2 \cdot a_2^2 + 3 \cdot a_3^2 + 4 \cdot a_4^2$ felírható két négyzetszám összegeként!

6. Adott az ABC hegyesszögű háromszög. Az AC átmérőjű körnek és a B csúcsból induló magasság egyenesének metszéspontjai D és E , az AB átmérőjű körnek és a C csúcsból induló magasság egyenesének metszéspontjai pedig F és G . Mutassuk meg, hogy a D, E, F, G pontok egy körön vannak!

7. Az ABC háromszög alapú egyenes hasáb alapélei $AB = 21$ cm, $BC = 20$ cm és $CA = 13$ cm hosszúságúak. Az oldaléleken bejelöljük az A', B', C' pontokat: $AA' = 5$ cm, $BB' = 25$ cm és $CC' = 4$ cm. Mekkora szöget zár be az $A'B'C'$ háromszög síkja az ABC háromszög síkjával?

8. Legyen $f(x) = 2x^6 - 3x^4 + x^2$. Bizonyítsuk be, hogy $f(\sin \alpha) + f(\cos \alpha) = 0$.

Számadó László