

A zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnáziumban 2000. október 20-án ismét megrendezték a matematika, fizika és számítástechnika tárgyak komplex természettudományos versenyét.

Az összesített verseny eredménye:

1. helyezett: **Wéber Zoltán**, Tata, Eötvös József Gimn.;
2. helyezett: **Babos Attila**, Budapest, Radnóti M. Gimn.;
3. helyezett: **Balogh János**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.

Különdíjak:

Matematika: **Fehér Gergely**, Debrecen, Fazekas M. Gimn.;

Fizika: **Szalai Bence**, Veszprém, Lovassy L. Gimn.;

Számítástechnika: **Borosán Péter**, Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn.

A versenyről részletes információ található a www.zmgzeg.sulinet.hu/izsak.html címen.

A verseny feladatai Matematika

1. Jelöljük az $ABCD$ paralelogramma B csúcsán áthaladó, AD -re merőleges, valamint a D csúcsán áthaladó, AB -re merőleges egyenesek metszéspontját M -mel. Igazoljuk, hogy $MC \geq BD$.

2. Egy sorozat elemeire teljesül, hogy $a_1 = 2$, és $n \geq 2$ esetén $a_n = 3a_{n-1} + 2n - 3$. Határozzuk meg a sorozat első n elemének az összegét n függvényeként.

3. Az a valós paraméter mely értékeire lesz az

$$x^2 - 2ax + 7a = 0$$

egyenletnek két különböző egész gyöke?

4. Adott a síkon $2n$ darab pont úgy, hogy semelyik három sem illeszkedik egy egyenesre. A pontok közül tetszőlegesen válasszunk ki n -et, és színezzük ezeket pirosra, a többi kékre. Bizonyítsuk be, hogy bármely színezés esetén megadható a síkon olyan egyenes, amelynek mindkét oldalán van adott pont, és mindkét oldalára teljesül, hogy ott a piros és kék pontok száma megegyezik.

Fizika

1. Számítógépeken használatos kis méretű mágneslemezt mutat az *ábra*. A formázás 80 koncentrikus sávot és 18 szektort alakít ki a lemezen. A sávok írási sűrűsége 135 TPI (sáv per inch, 1 inch $\approx$ 2,54 cm). Egy-egy sáv és szektor metszeteként előálló blokkok mindegyikében 512 byte tárolható. A lemez fordulatszáma az olvasóban 360 rpm (1 rpm = 1/perc).

a) Mekkora a lemez kapacitása?

b) Becsülje meg az adatátvitel sebességét kbit/s-ban.

c) Becsülje meg, hogy a mai merevlemezekenél megvalósítható 20 Gbit/(inch)² adatsűrűség hányszor nagyobb a kislemez adatsűrűségénél.

2. 5 V-os, 6 A terhelhetőségű tápegységre kapcsolt feszültségosztó után 10 V-os 100 W-os fogyasztót kötünk. A feszültségosztó huzalellenállás 5 Ω -os, maximum 5 A terhelhetőségű.

Vizsgálja meg (az osztó csúszkaállásának függvényében), hogy mi történik, ha a K kapcsolót zárjuk.

3. R sugarú, M tömegű, közepén tengelyezett hengert D direkción állandójú rugóra akasztva a rezgésidőre T_1 értéket kapunk. A hengert α hajlásszögű lejtőre helyezve és kitérítve a rezgésidő T_2 . (A henger a lejtőn nem csúszik meg.) Adja meg a T_2/T_1 arányt.

4. Igen hosszú, A keresztmetszetű, vízszintes, egyik végén zárt, sima falú csőben egy kis méretű, m tömegű dugattyú mozoghat. A csövet vízszintes síkban, a zárt végétől L távolságra ω szögsebességgel megforgatjuk. Az m tömeg kezdetben a forgástengelyen található. A külső légnyomás nagysága p_0 .

a) A dugattyúnak hol lehetnek egyensúlyi helyzetei?

b) Diskutálja a megoldást.

Számítástechnika

1. *Árnyékos területek*

Egy látképet egyenes szakaszok sorozatával adtunk meg. A látkép felett a függőleges iránnyal az óramutató járása szerint α szöget bezárva, végtelen távolságban van a Nap.

- Add meg, hogy a Nap megvilágítja-e a teljes látképet.
- Ha nem, akkor add meg a megvilágítás irányából az első olyan szakasz sorszámát, amelyet a Nap nem világít meg.
- Add meg az összes olyan szakasz sorszámát, amelyek teljesen árnyékban vannak, illetve amelyeknek valamely részét a Nap nem világítja meg.

Bemenet: TAJKEP.BE

1. sor: M ($2 \leq M \leq 1000$), α ($-90 < \alpha < 90$): egész számok szóközzel elválasztva, a látkép töréspontjainak száma, beleértve az első és az utolsó pontot is, valamint a napsugár merőlegessel bezárt szöge.
2. ... $(M + 1)$. sor: X_i H_i : két egész szám, egy szóközzel elválasztva: az i -edik töréspont H_i magasságban, az X_i vízszintes pozíción van, $1 \leq i \leq M$; ($1 \leq i \leq M - 1$ esetén teljesül: $X_{i+1} > X_i$); egy egyenes szakaszt két egymás utáni pont ad meg.

Kimenet: TAJKEP.KI és a képernyő

1. sor: IGEN, ha a teljes látkép meg van világítva, NEM, ha nem.
2. sor: Az első olyan szakasz sorszáma, amely teljes egészében árnyékban van.
3. sor: Az összes olyan szakasz sorszáma növekvő sorrendben, amelyek teljes egészében árnyékban vannak.
4. sor: Az összes olyan szakasz sorszáma növekvő sorrendben, amelyek részben meg vannak világítva, részben pedig árnyékban vannak.

2. Hatványok

Készíts programot, amely két adott természetes szám ($2 \leq A \leq 2000$, $2 \leq B \leq 2000$) esetén megadja növekvő sorrendben, hogy az összes i természetes számra A^i milyen maradékot ad B -vel osztva.

Példa: Bemenet:

Kimenet:Példa:

Bemenet:

Kimenet:

3, 71, 2, 3, 4, 5, 6

Ebben az esetben $3^0 \bmod 7 = 1$, $3^2 \bmod 7 = 2$, $3^1 \bmod 7 = 3$, $3^4 \bmod 7 = 4$, $3^5 \bmod 7 = 5$, illetve $3^3 \bmod 7 = 6$; más maradék pedig semmilyen kitevőre nem jöhet ki.

2, 71, 2, 4

Ebben az esetben $2^0 \bmod 7 = 1$, $2^1 \bmod 7 = 2$, $2^2 \bmod 7 = 4$, más maradék pedig semmilyen kitevőre nem jöhet ki.

